算 廸

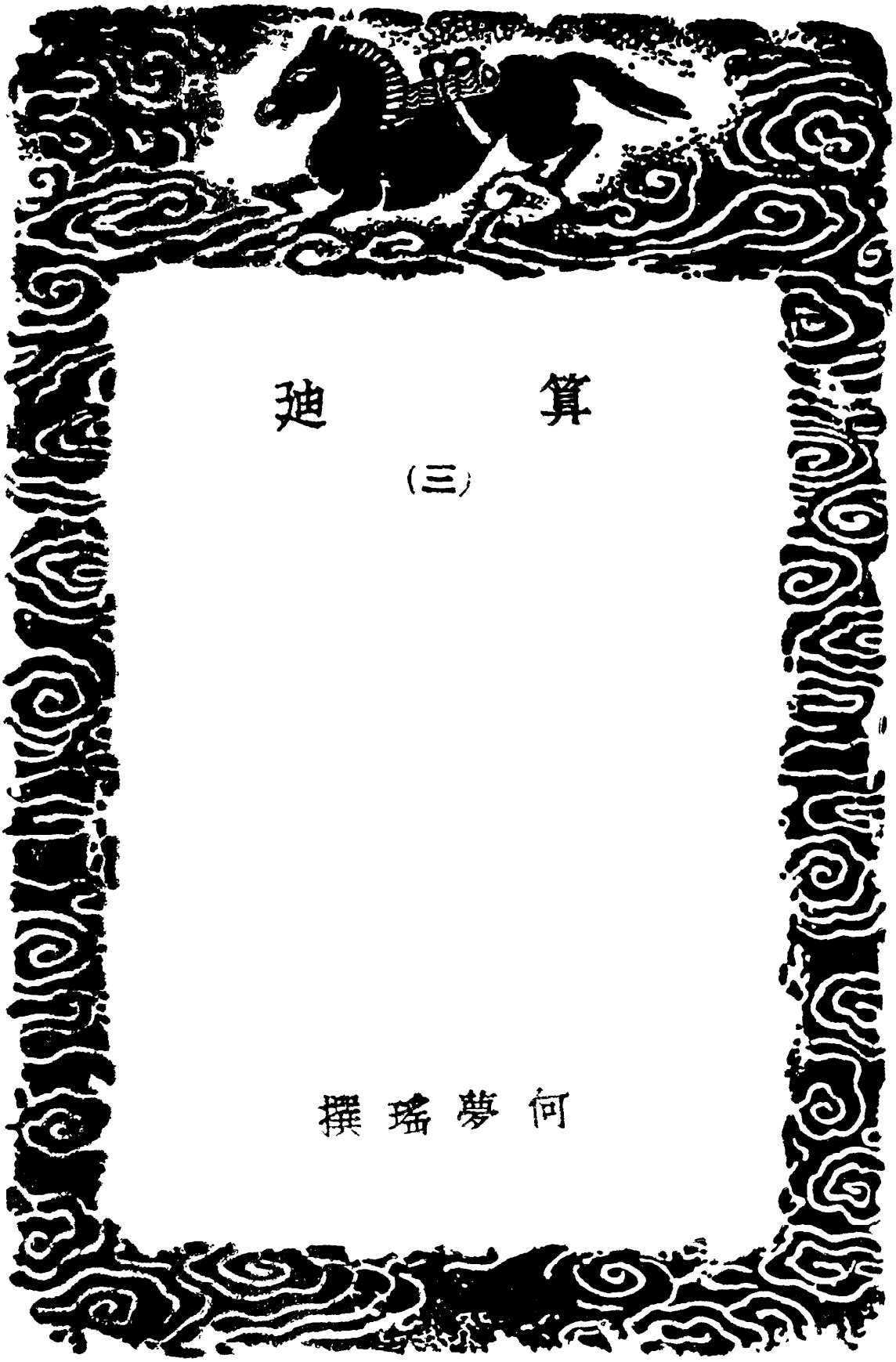
三

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行



廸算

（三）

何夢瑤撰

算迪卷四

直線體

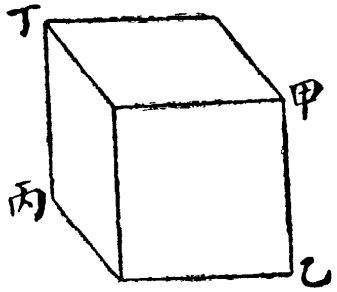
㊀如正方體。每邊二尺。其積十六尺。今倍其積。問得方邊若干。曰。二尺五寸一分餘。

法照開立方。

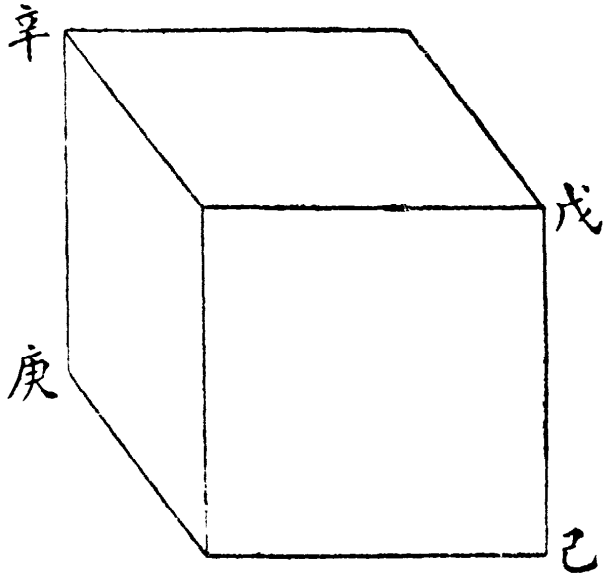
若將前積八倍之。問方邊。則答曰四尺。

法以原邊二尺。倍之卽得。蓋此因兩體積之比例。比之兩界之比例。爲連比例隔二位相加之比例也。爲圖明之。

兩界邊四。比邊二。爲二比一。兩積六十四。比三十二。與三十二比十六。又十六比八。與八比四。亦皆二比一之連比例。而六十四之比八。其間隔三十二與十六之兩位。故爲連比例隔二位相加



每邊二尺體積八尺



每邊四尺體積六十四尺

之比例也。

㈡如長方體長一尺二寸。闊八寸。高四寸。今將其積倍之。仍與原形爲同式形。問各邊。曰長一尺五寸一分一釐餘。闊一尺零七釐餘。高五寸零三釐餘。

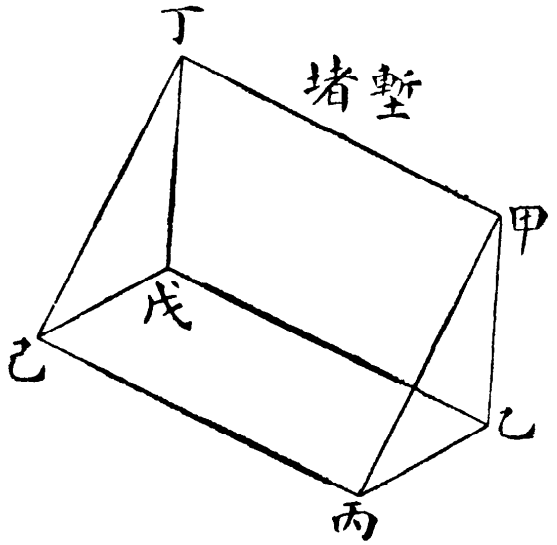
法任先求長。以原長自乘再乘。化元闊與高皆同於長矣。得積一尺七百二十八寸。倍之。得三尺四百五十六寸。問立方。得今長數。乃以原長一尺二寸爲一率。比二率原闊八寸。若三率今長。與四率今闊也。求高闊倣此。

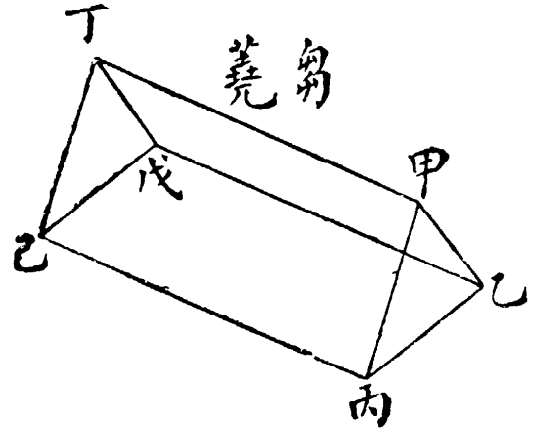
㈢若八倍前積問各邊。則但於原各邊加倍卽得。

㈣如甲乙丙丁戊己塹堵形。闊五尺。乙丙戊己。長十二尺。丙己乙戊。高七尺。甲乙丁戊。問積。曰二百一十尺。

法以長乘闊。再乘高。得長方積。折半卽得。

芻蕘體同。



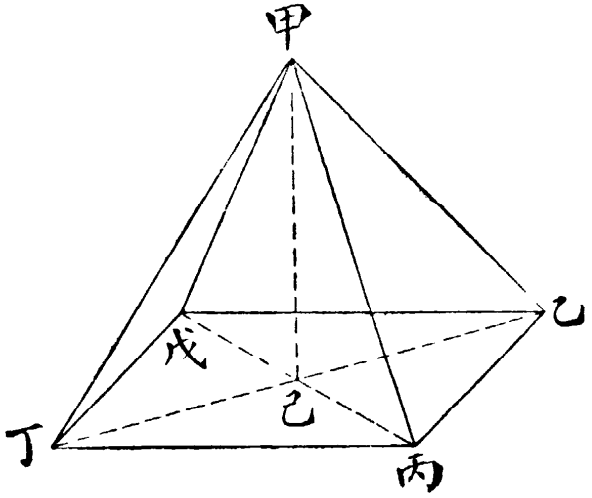


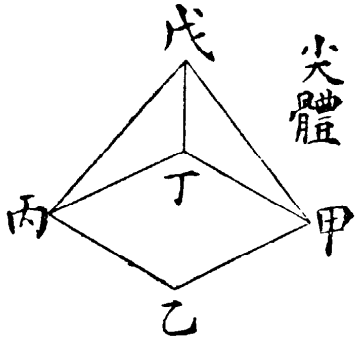
㊄如方底尖體形。舊名方錐。底方五尺。自尖至四角之斜線皆六尺。問尖至底中之垂線長若干。曰四尺八寸四分七釐六毫八絲弱。

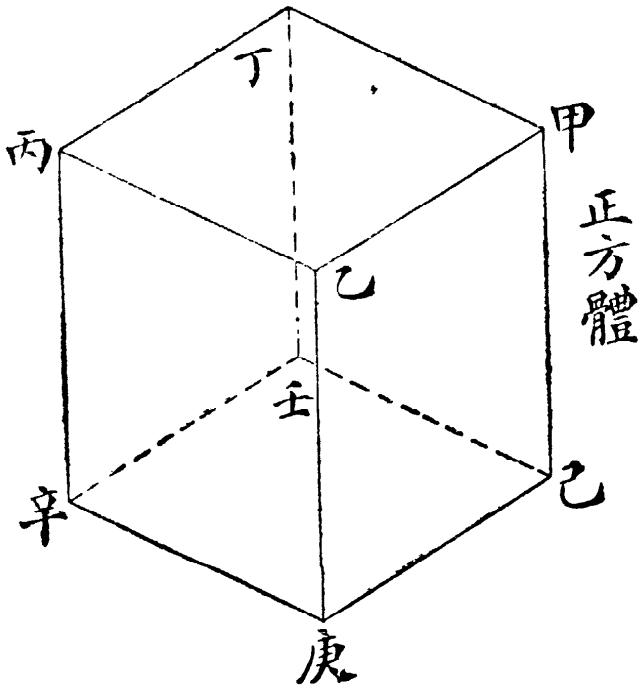
法以底方乙丙五尺爲股。丙丁五尺爲句。求得乙丁斜弦七尺零七分一釐零六絲餘。折半得乙己三尺五寸三分五釐五毫三絲餘。又爲句。原斜線甲乙六尺爲弦。用句弦求股法。求得甲己中垂線。

㊅又方底尖體形。底方六尺。高三尺。問積。曰三十六尺。

法以底方自乘得三十六尺。又以高三尺乘之得扁方體積一百零八







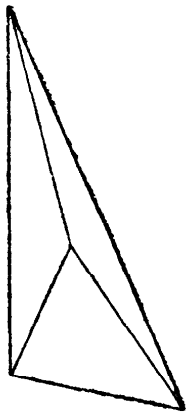
尺。三歸之。得尖體積。試倍高得六尺。乘底積。則爲正方體。其積與六尖體等。則半之爲扁方體。其積必與三尖積等矣。所以然者。正方體。以戊尖爲中心。戊心去上下四旁之心。並如高三尺。上下四旁並如底六尺。由心出線至甲乙丙丁己庚辛壬八角。則成六个尖體。其高既等。底又等。則積必等。合六个尖體積。以成正方體。則半正方積之爲三个尖體積。可知矣。

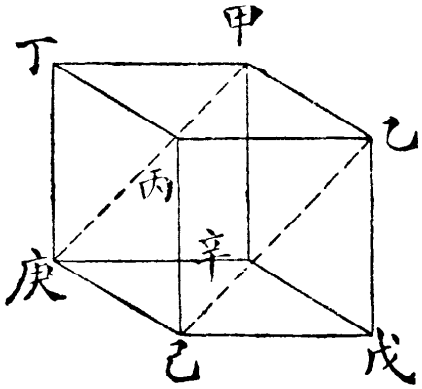
㊐如陽馬形。底方六尺。高同。問積。曰七十二尺。

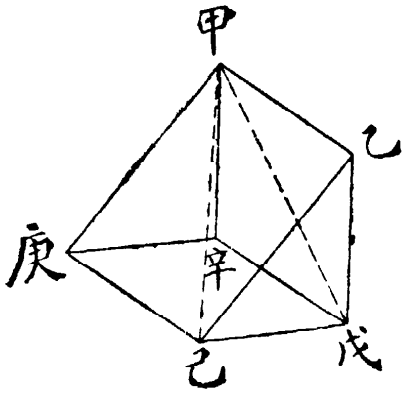
法以方邊六尺自乘。再乘高。得二百一十六尺。三歸之。卽得。蓋與上方底尖體形無異。彼尖居中。此尖在隅。形雖異而積同。皆得方體三分之一也。

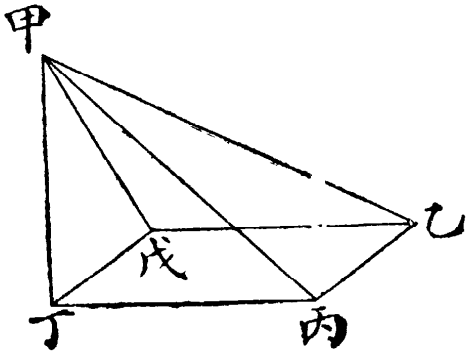
㊏如鼈臑形。底如句股。長如股闊如句。俱六尺。高如之。問積。曰三十六尺。

法以長乘闊。再





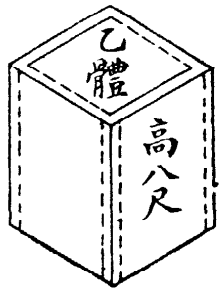


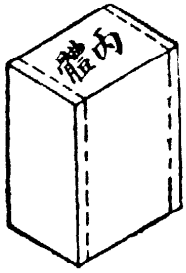


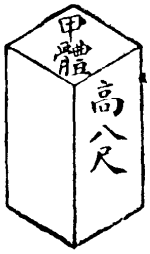
乘高。得二百一十六尺。六歸之。卽得。蓋此底卽前陽馬形之方底。剖去一半。而爲句股形底也。故六歸之。正方形積。平分之則爲堵塹與芻蕘積。三分之。則爲方尖底形。與陽馬積。六分之。則爲鼈臑積。試作甲乙丙丁戊己庚辛一正方體。從乙己甲庚作對角線。依線剖之。得塹堵形二。又以乙戊己甲辛庚塹堵形。作甲戊甲己線。依線剖之。則得甲戊己庚辛陽馬形一。甲乙戊己鼈臑形一。是一塹堵得三鼈臑也。一陽馬分兩鼈臑。則兩塹堵合成正方。非六鼈臑乎。

九 如上下不等正方體形。卽方窖形。上方每邊四尺。下方每邊六尺。高八尺。問積。曰二百零二尺六百六十六寸餘。

法以上方四尺自乘。得一十六尺。如甲小方面積。又以下方六尺自乘。得三十六尺。如乙大方面積。又以上方四尺。乘下方六尺。得二十四尺。如丙長方面積。併三數。得七十六尺。以高八尺乘之。得六百零八尺。成甲小方體積一。乙大方體積一。丙長方體積一。三歸之。



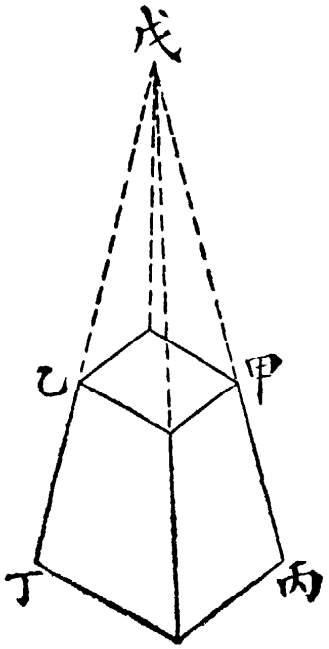




得積。所以然者。乙體從點線直剖去四旁廉及四隅。所餘中體。即同甲體矣。丙體亦照點線。剖去兩旁廉。所餘中體亦同甲體矣。甲體四旁。各加一塹堵形。長四尺。闊一尺。高八尺。四隅各加一陽馬形。底方一尺。高八尺。即成前項。上下不等正方體形。然則三箇甲體積。各加四塹堵。共十二塹堵。各加四陽馬。共十二陽馬。即成三个前項上下不等正方形。而六旁廉。非即十二塹堵。四隅體。非即十二个陽馬乎。故三歸而得積也。

又法。將前項上下不等正方體形。甲乙丙丁。變爲方底尖體形。甲乙丙丁戊。照方底尖體取積法。求得丙丁戊大尖體積二百八十八尺。又求得甲乙戊小尖體積八十五尺三百三十三寸餘。乃相減。餘即其積也。

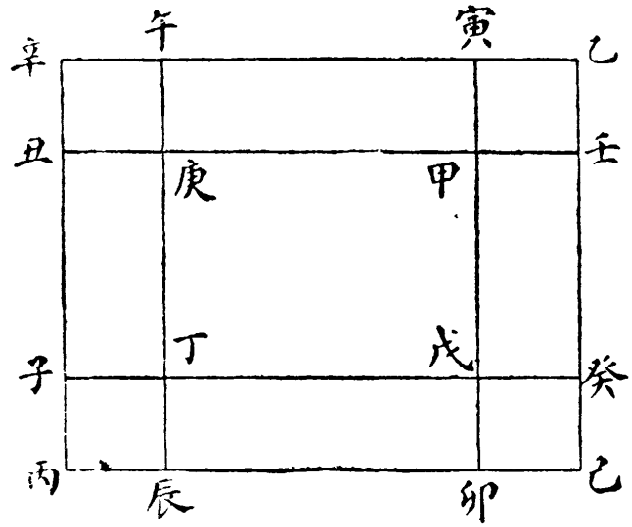
變形法。以上方與下方相減。餘二尺。折半爲一率。高八尺爲二率。下方六尺折半爲三率。求四率。得戊尖至底心之高。



㊥如上下不等長方體形。上方長四尺。闊三尺。下方長八尺。闊六尺。高十尺。問積。曰。二百八十尺。

法以上長乘上闊。得十二尺。倍之得二十四尺。又以下長乘下闊。得四十八尺。倍之得九十六尺。又以上闊乘下長。得二十四尺。又以上長乘下闊。得二十四尺。併四數得一百六十八尺。以乘高十尺。得一千六百八十尺。六歸之即得。所以然者。戊丁上長。乘甲戊上闊。得甲戊丁庚長方面形。倍之爲二面。己

丙下長乘乙己下闊。得乙己丙辛長方面形。倍之爲二面。甲戊上闊。（卽壬癸。）乘己丙（卽癸子。）下長。得壬癸丑子長方面形。又甲庚上長。（卽寅午。）乘乙己下闊。（卽寅卯。）得寅卯午辰長方面形。併此六長方面積。以乘高十尺。得六長方體形。其上下方面爲甲戊庚丁者二。爲乙己丙辛者二。爲壬癸子丑者一。爲寅卯辰午者一。其二乙己丙辛長方體。比二甲戊丁庚體。多二壬戊。二戊辰。二庚子。二寅庚。共八旁廉體。又多二乙甲。二癸卯。二丁丙。二午丑。共八隅體。而壬癸子丑長方體。比甲戊丁庚長方體多一壬戊。一庚子。共二旁廉體。又寅卯辰午長方體。比甲戊丁庚體多一寅庚。一戊辰。共二旁廉體。若將所多之廉隅削去。則此六長方體之上下方面。皆如甲戊丁庚。乃以一旁廉體變爲二塹堵體。一隅體變爲三陽馬體。共得二十四塹堵體。二十四陽馬體。以加六長方體。皆成上下不等長方體。故以六歸而得之也。

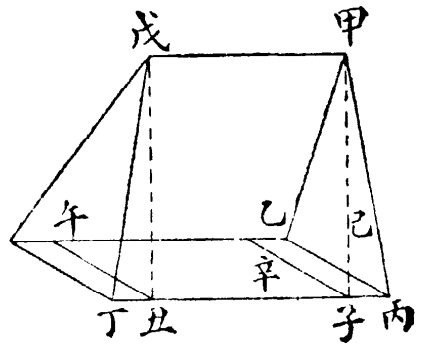


捷法。倍上長得八尺。加下長八尺。共十六尺。以乘上闊。得四十八尺。（此卽上法。以上長乘闊倍之。又以下長乘上闊也。）又倍下長得十六尺。加上長四尺。共二十尺。以乘下闊。得一百二十尺。併兩數以乘高六歸之。

又法。倣前條又法算之。

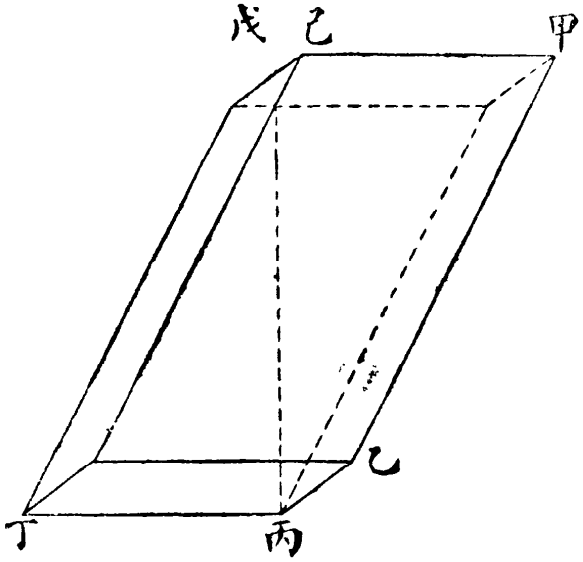
㊀如上下不等芻蕘體形。上長甲戊十尺。下長丙丁十四尺。下闊乙丙五尺。高十二尺。甲之垂線。問積。曰三百八十尺。

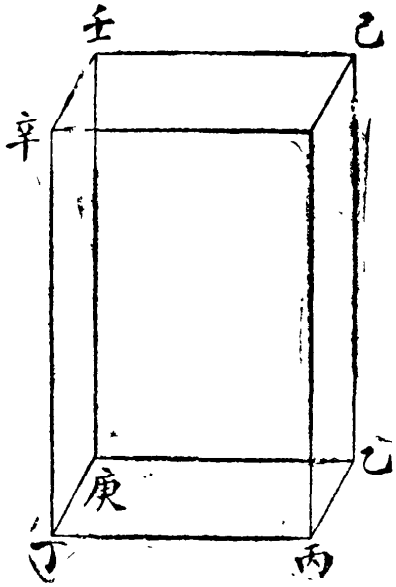
法以上長甲戊卽子丑。乘下闊乙丙。得五十尺爲底子辛午丑。以乘高甲之垂線。得六百尺。折半得三百尺。爲上下相等芻蕘體積。又以上長與下長相減。餘四尺卽丙子合丑丁。以乘下闊爲底。與高相乘。得二百四十尺。三歸之。得八十尺。爲方底尖體積。合二積。共三百八十尺。卽是。



㊁如兩兩平行邊。斜長方體形。底長丙丁二尺四寸。闊乙丙八寸。高戊丙三尺七寸。問積。曰七尺一百零四寸。

法以長丙丁。乘闊乙丙。得乙丁底一尺九十二寸。以乘高戊丙。得七尺



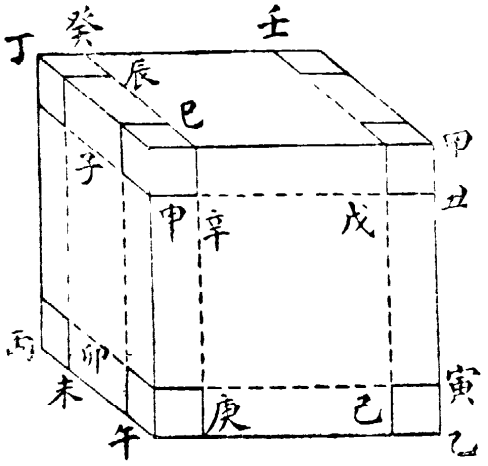


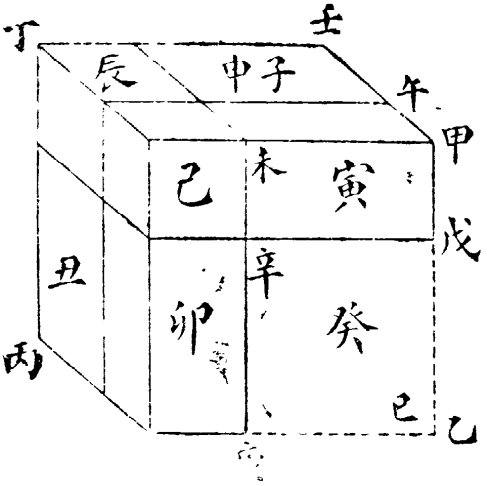
一百零四寸。爲己乙丙丁午壬正長方體積。卽同斜長方體積也。凡彼此俱兩兩平行。而底積同。高又同者。不論體之斜正皆同積。

㊀如空心正方體。厚二寸。積一千二百一十六寸。問內外方邊。曰內方邊八寸。外方邊一尺二寸。

法以厚二寸（甲丑）自乘再乘。得八寸。（爲隅）八因之。得六十四寸。（八隅）與共積一千二百一十六寸相減。餘（上下四方六旁廉體積）一千一百五十二寸。六歸之。得（一旁廉體積）一百九十二寸。用厚二寸除之。得（一旁廉面積）九十六寸。爲內方邊與外方邊相乘長方面積。（如壬癸之乘戊辛也）乃以厚二寸倍之。得四寸。（卽丑戊加辛申）爲長闊之較。（壬癸卽辰己。闊也。丑申長也。）用帶縱較數開平方法算之。得闊八寸。卽內方邊。（如戊辛）加四寸。得一尺二寸。卽外方邊也。（如甲乙）蓋正方體去八隅所餘六廉。上下均如壬癸戊辛。前後均如丑寅卯子。左右均如辰己午未也。

又法倍厚二寸。得四寸。自乘再乘。得六十四寸。爲隅體。（己與積相減）餘一千一百五十二寸。爲三方廉體。（子癸丑。三長廉體。辰寅卯。三歸之。得





三百八十四寸。爲一長方體積。一方廉合一長廉也。以厚四寸除之。得九十六寸。爲長方面積。甲乙未庚。以內外方邊之較四寸。爲長闊之較。用帶縱數開平方法算之。

㊀如大小兩正方體。大邊比小邊多四寸。積多二千三百六十八寸。問大小邊。　曰大邊十六尺。小邊十二尺。法同上條。又法。蓋此之小方體。卽上條之空心方耳。

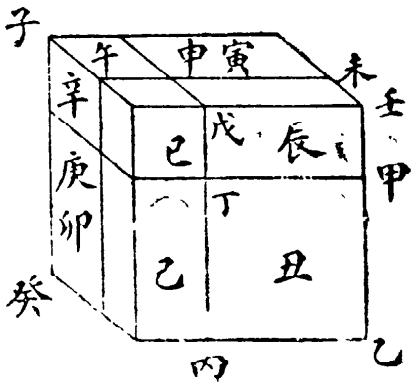
㊁如大小二正方體。共邊二十四尺。共積四千六百零八尺。問各邊各積。　曰小方邊八尺。積五百一十二尺。大方邊十六尺。積四千零九十六尺。

法以共邊壬乙二十四尺。自乘再乘。得一萬三千八百二十四尺。內減丑正方己隅方。共積四千六百零八尺。餘九千二百一十六尺。三歸之。得三千零七十二尺。以共邊二十四尺除之。得一百二十八尺。爲長方面積。乃以共邊二十四尺爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得闊八尺。卽小邊。而餘可知。

曲線體

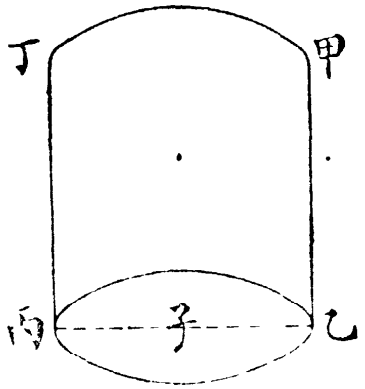
㊀如甲乙丙丁長員體。徑與高皆七尺。問積。　曰二百六十九尺三百九十一寸五百六十九分弱。

法以徑求得周。周徑各折半。相乘得平員面積。以高乘之。得長員體積。　或以半徑乘全周。再高乘。乃

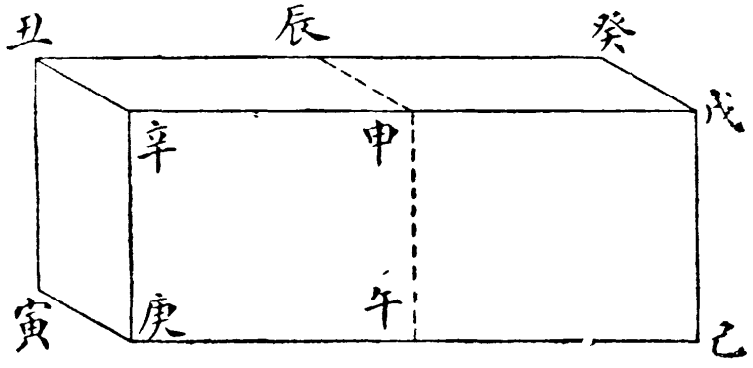


折半亦可。蓋乙丙員周引直。則變爲長方形之戊辛。與半徑乙子卽癸戊相乘。卽得癸辛。同面積。折半得癸申平面積。卽爲乙丙平員面積。以癸申平面積。乘高甲乙。卽戊己。得癸午方體積。卽爲甲乙丙丁長員體積。乃正法也。若不折半。而用癸辛面積。以乘戊己高。得癸庚長方體積。與兩个甲乙丙丁長員體積等。爰折半以取實數。乃又法也。一而已矣。

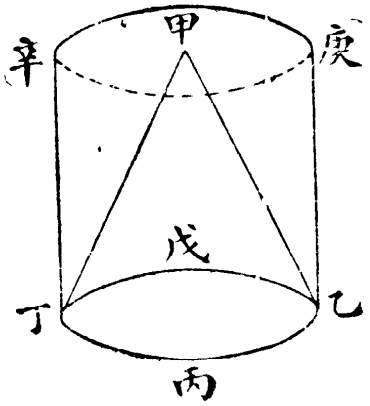
一法。用方員同根異積比例。以方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。長員體積〇七八五三九八一六爲二率。今徑自乘。再乘高。得三百四十三尺爲三率。求得四率。卽是。

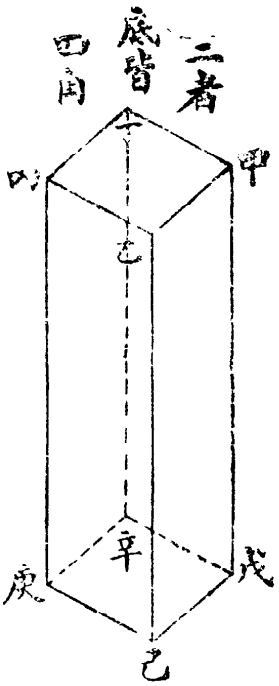


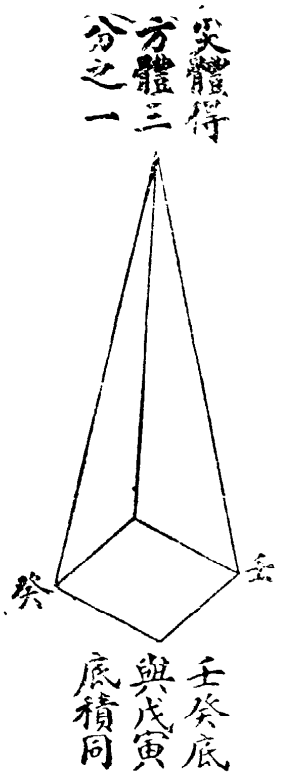
㊁如甲乙丙丁戊尖員體。底徑乙丁六尺。中高甲己卽庚乙六尺。求積。曰五十六尺五百四十八寸六百六十七分七百三十六釐有餘。



法照上條。先求出庚乙辛丁長員體積。三歸之卽得。蓋長員體與尖員體。徑同。高同。則尖員體。必得長





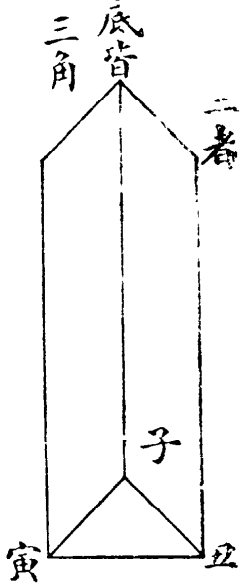


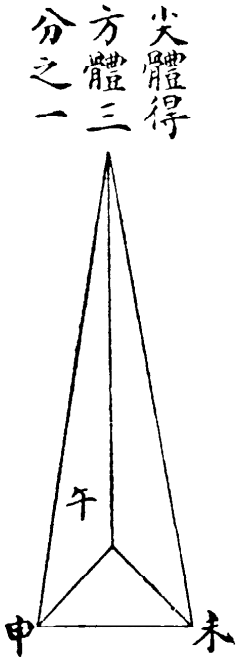
壬癸底與戊寅底積同

員體積三分之一也。以尖方體得正方體三分之一例之。詳直線體篇第六條。可見矣。蓋凡底面平行體。如下圖。甲乙丙丁面與戊己庚辛底。甲至戊。乙至己。丙至庚。丁至辛。其度皆相等。謂之底面平行。與平底尖體。但底積同。高又同。則不論是何面形。或方或三角或員皆然也。其尖體。皆得底面平行體三分之一。如下圖。

下二者。即上二者之半。可相比例。蓋全與全若半與半也。

觀此。則底之爲五角六角或多角。以至於





子丑寅與午未申積同

員。但積同。則底面平行體。與尖體其三與一之比例皆然。可知矣。

又法。用方員同根異積比例。以尖方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。尖員體積〇七八五三九八一六三爲二率。今徑自乘。乘高三歸之。爲三率。求得四率。卽是。

又捷法。以長方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。尖員體積〇二六一七九九三八八爲一率。今徑自乘。復乘高。爲三率。求得四率。卽是。

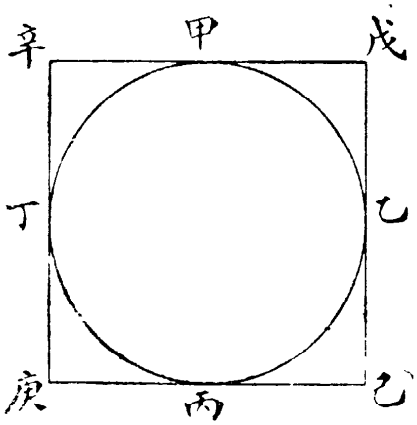
㊂如尖員體。底周二十二尺。自尖至底周之斜線。甲乙等。五尺。求中垂線。甲己。

法以乙丙丁戊周。求出乙丁徑。折半得乙己。爲句。以斜線。甲乙。爲弦。求得股。甲己。卽是。圖上。

㊃如員球徑二尺。問外面積。外皮之面積也。曰。一十二尺五十六寸六十三分七十釐有餘。

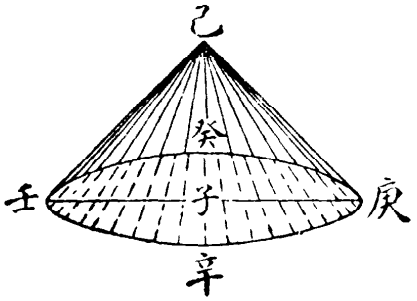
法以徑二尺求得周六尺二寸八分三釐一毫八絲五忽有餘。與徑二尺。卽高。相乘。爲戊己庚辛長員體外面積。卽甲乙丙丁員球外面積也。詳下第五條。又平員半徑。與員球半徑等者。平員面積。得員球皮面積四分之一。亦詳下第五條。故平員面求積。以周徑相乘。四歸得積。

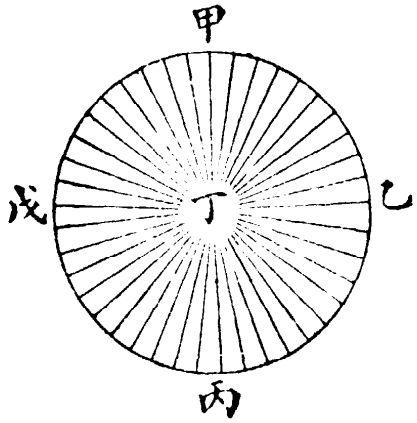
㊄如員球徑一尺二寸。問積。曰。九百零四寸七百七十八分六百八十二釐有餘。

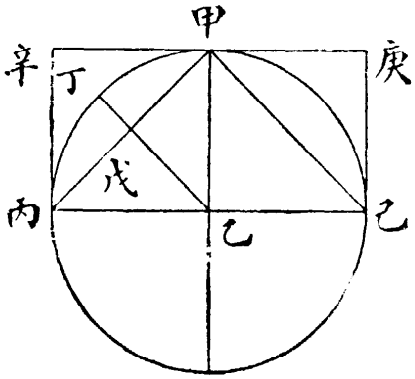


法以徑求出面積。復以徑爲高乘之。得戊己辛庚長員體積。三歸而二因之。卽得甲乙丙丁球積。借上圖。下文尖員體。高等球半徑。底等球皮積。其體積與球積等。則尖員體高等球半徑。底等球皮積四分之一。其體積必爲球積四分之一。尖員體高等球全徑。底等球皮積四分之一。其體積必爲球積二分之一矣。夫尖員體原得長員體三分之一。加倍成球體。豈非得長員體三分之二乎。○愚按球體積。得長員體積三分之二。恐不然。如庚己丙辛半長員體。己丙徑二尺。則周爲六二八三一八五。周徑各折半。相乘得員面積三一四一五九二六。以庚己高一尺乘之。如故。三歸之。得甲己丙尖員體積一零四七一九七五。夫甲己丙半球體。既爲庚己辛丙半長體三分之二。則是甲己丙尖員體。與甲丙及甲己弧矢體積皆三分之一也。而此弧矢體積不及尖員體積一五。何者。試以員面積三一四一五九二六。分之爲四。得甲乙丙丁形面積七八五三九八。又以半徑甲乙乘乙丙。得一尺。半之得甲乙丙三角形面積五。二積相減餘甲丁。丙弧矢面積二八五三九八以周折半乘之。止得八九六六。不及尖員體積一五。況乙戊半徑所作內周。又小於乙丙半徑所作外周。今但以外周乘之尚不及。若以內外周併相乘之。益不及矣。故恐不然也。

又法。先求球外面積。法如上條。以爲己庚辛壬癸尖員體之庚辛壬癸底。以員球半徑甲丁六寸爲尖員體之己子高。高與底相乘。得長員體積。三歸之。得尖員體積。詳上第二條。卽員球體積也。何則。球體外面積。與尖員體之底積等。而球之半徑。又與尖員體之高等。則二體之積必等。試將



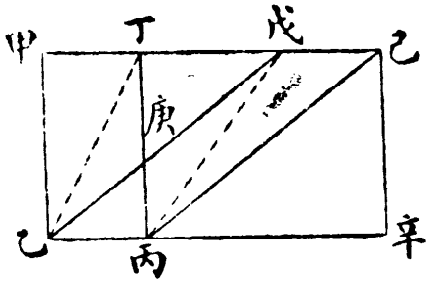




甲乙丙戊員球體分爲千萬尖體。又將己庚辛壬癸尖員體亦分爲千萬尖體。每一分必相等。蓋同底。尖員體之底積既與球體外面積等。則各分爲尖體之底。亦必等也。同高。己子等甲子也。必同積也。或問員球所分各尖體。皆以半徑爲高。而尖員體所分各尖體。惟中央正立一尖體高與員球半徑等。其餘皆斜立而漸長。何云同高。曰。幾何原本謂凡兩平行線。如下圖甲己乙辛二線。己至辛甲至乙相等。爲平行。內同底所成之四邊形。一爲丁丙乙甲。一爲己丙乙戊。皆以丙乙爲底。其面積必等。如下圖甲乙戊三角形與丁丙己三角形爲同式。各減去同用之戊丁庚。則所餘甲乙庚丁及戊庚丙己二形必相等。又各加入同用之庚乙丙。是丁丙乙甲正方固與己丙乙戊斜方等矣。方形既等。則丁丙乙與戊乙丙兩三角形亦必等。蓋三角形得方形一半。全與全若半與半也。又面與面之比例。同於體與體之比例。則正立尖體亦必與斜立尖體等積。可知矣。

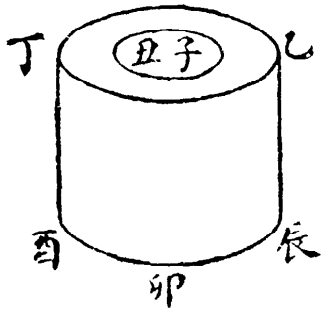
又法用同積異根之定率比例。以球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。正方邊〇八〇五九九五九七爲二率。今設徑爲三率。求得四率。爲與員球等積之正方邊。自乘再乘得積。

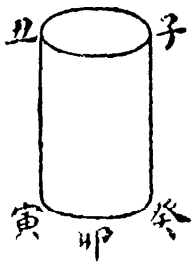
又法用同根異積之定率比例。以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球積五二三五九八七七五爲二率。今徑自乘再乘爲三率。求得四率。卽是。



或問甲乙丙丁球。以全徑乘全周得外面積。卽爲戊己庚辛長員體外面積。見第四條。是乃長平方面

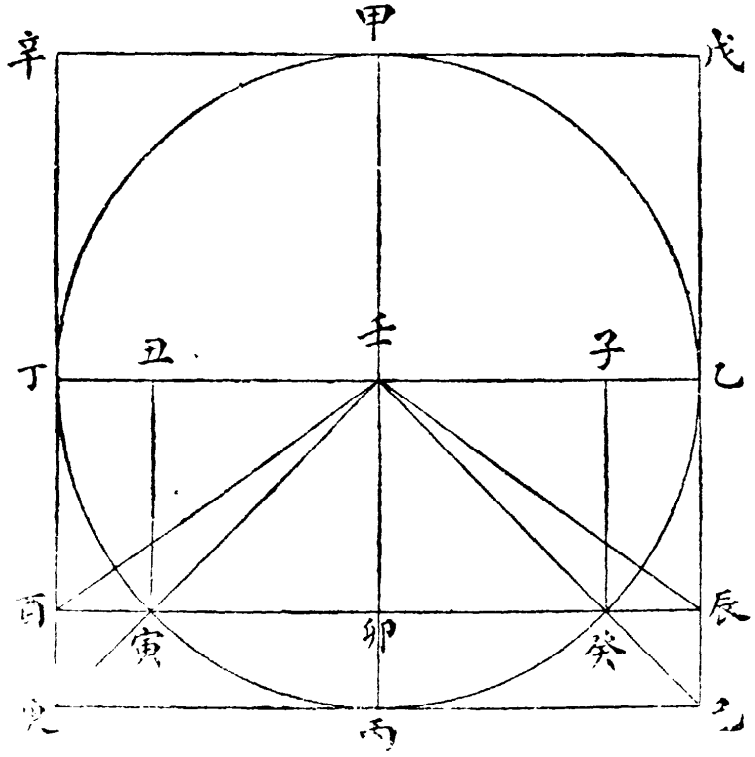
積也。全徑爲闊。全周引直爲長。今爲己庚辛壬癸尖員體底積。是又變爲平員面積也。方員不同。而皆用全徑乘全周之法。其相符合之理可稽乎。曰平員半徑。與員球半徑等者。其平員面積。得球外面積四分之一。上第四條已言之。是則平員半徑與球全徑等者。其平員面積必等員球外面積可知也。何也。二倍其邊者。卽四倍其積。直線面篇已言之。今上圖尖員體底庚子半徑比球乙丁半徑大一倍。其面積較與球等徑之平員冪必大四倍。而與員球之外面積相等可知矣。又問員球外面積。卽爲長員外面積。將何稽乎。曰幾何原本第十卷第十一節圖說云。凡員球體如下圖甲乙丙丁球。全徑乙丁及甲丙。與長員體戊己庚辛之底徑庚己。及高度戊己。相等者。其相當每段詳下之外面積。必相等也。試截球體之癸丙寅一段。凸面積必與相當長員體之辰己庚酉一段周圍外面積等。試以乙辰酉丁一段徵之。於此段長員體內抽出子癸寅丑一段小長員體。抽如抽蕉心然。餘癸子乙辰。及酉丁丑寅空心體。此空心體積與子癸丑寅小長員體必等。何以知之。蓋壬癸爲大員面之半徑。卽空心體半徑乙壬。而所截卯癸。又爲小員面之面。小長員體之半徑。其壬卯與癸卯之度等。故卯癸如句。壬卯如股。壬癸如弦。壬癸弦所作員面。必與卯癸句壬卯股所作二員面等積。又壬乙卽壬癸。又卽卯辰。則卯辰爲半徑。所作員面。卽壬癸爲半徑所作員面。於卯辰爲半徑所作員面內

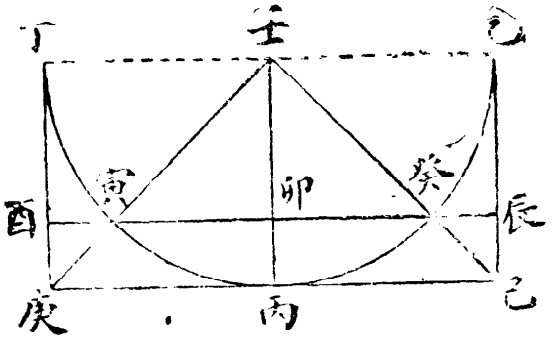




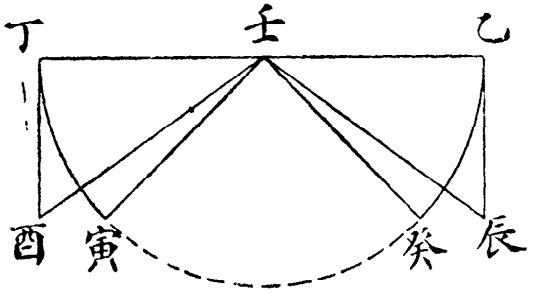
減去卯癸爲半徑所作員面。卽餘辰癸。卽乙子。環面。所減所餘必相等。蓋弦冪兼有句股二冪。句股相等。則冪亦等所減。句冪卽與所餘股冪相等。可知也。故辰癸卽乙子。環面。與小員面等積。面積既等。則體積亦必等矣。

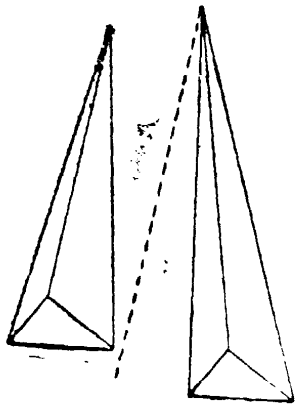
又壬癸寅小尖員體與癸乙辰酉丁寅曲凹體等。何則。乙丙丁半球體爲乙己庚丁長員體三分之二。則癸乙己丙庚丁寅曲凹體爲長員體三分之一。與壬己庚尖員體積等。試各就一半言之。彼此各減去同用之癸己丙。則一餘乙辰己癸。一餘壬癸丙卯爲相等。內分己辰癸等癸丙卯。則癸乙辰必等壬卯癸。下文乙辰壬與乙癸壬等。則各減





同用之乙申壬。一餘乙申辰。一餘壬申癸亦必等。又各加申辰癸。爲乙辰癸。與壬辰癸亦必等矣。而壬辰癸必等壬癸卯。何者。壬癸寅小尖員體爲子癸寅丑小長員體積三分之一。而壬辰酉大尖員體爲乙辰酉丁大長員體六分之二。是大尖員體比小尖員體積多一倍。則壬辰癸之等壬癸卯可知。而與壬辰癸相等之乙辰癸。亦等壬癸卯可知矣。而合癸乙辰酉丁寅必等壬癸寅矣。而壬癸寅小尖員體爲子癸丑寅三分之一。卽爲前項空心體三分之一。則與壬癸寅尖員體相等之癸乙辰酉丁寅曲凹體。亦爲空心體三分之一矣。於乙辰酉丁長員體內減去壬癸寅小尖員體。又減去癸乙辰酉丁寅曲凹體。則餘乙癸壬寅丁空心長員體等。何者。試以乙辰酉丁長員體作六分。則子癸寅丑小長員體爲三分。壬癸寅小尖員體爲一分。癸乙辰酉丁寅曲凹體亦爲一分。今既減去小尖員體。及曲凹體。是於六分內減去二分。而存一段空心球體四分也。而壬辰酉大尖員體。亦爲乙辰酉丁長員體三分之一。於長員體內減之。則餘乙辰壬酉丁空心長員體爲三分之二也。三分之二。非卽六分之四乎。則一段空心長員體。與一段空心球體相等必矣。若將此兩空心體。從壬心至外皮面剖爲千萬尖體。俱以乙壬半徑爲高。以兩體外皮面爲底。則此兩空心體所分之各尖體。其





積既等。其高又等。則其底不得不等。同高同底者。必等積。則同高同積者。必等底也。各尖體之底既等。則合各尖體底爲兩空心體之外皮面積。亦必相等矣。夫乙丙丁半球體外面積。原與乙己庚丁半長員體周圍外面積等。於半球體內減去乙癸丁寅一段。餘癸丙寅一段。於半長員體內減去乙辰酉丁一段。餘辰己庚酉一段。其減去之各段。外面積既等。則所餘之球體癸丙寅一段與長員體辰己庚酉一段。其外面積亦必等明矣。觀此。則員球外面積之等長員外面積。固可稽也。

㊅如員球積六尺。問徑。曰二尺二寸五分四釐五毫零二忽有餘。

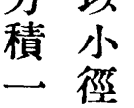
法用同根異積之定率比例。以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一九零九八五九三一七爲二率。蓋球積爲五二三五九八七七五。則方積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。若球積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則方積爲一九〇九八五九三一七也。今所設之員積六尺爲三率。求得四率。爲方邊與球徑相等之正方體積。開立方得方邊。卽此員徑也。

又法用同積異根定率比例。以方邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球徑一二四〇七〇〇九八爲二率。今設積六尺。開立方得一尺八寸一分七釐一毫二絲有餘爲三率。求得四率卽是。

㊆如甲乙丙丁橢圜體。甲丙大徑六寸。乙丁小徑四寸。問積。曰五十寸二百六十五分四百八十二釐有餘。法以小徑四寸求出員面積一十二寸五十六分六十三釐七十毫六十絲有餘。以大徑六寸乘之。得長員體積七十五寸三百九十八分二百二十三釐有餘。三歸而二因之。得所求。

又法。以小徑四寸自乘得十六寸。以大徑六寸再乘。得九十六寸。爲長方體積。乃用異積同根定率比例。以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球積〇五二三五九八七七五爲二率。今所得之方體積九十六寸爲三率。

求得四率。卽是。



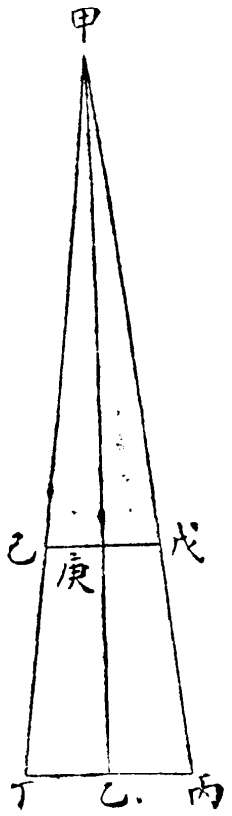
㊇如橢員體積五十寸。大徑比小徑多二寸。問大小二徑。　曰。大徑五寸九分九釐二毫。小徑三寸九分九釐二毫。法用異積同根定率比例。以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一九〇九八五九三一七爲二率。今設積五十寸爲三率。求得四率九十五寸四百九十二分九百六十五釐八百五十毫有餘。爲長方體積。乃以兩徑之差二寸爲長闊之較。用帶一縱開立方法算之。得闊三寸九分九釐二毫有餘。卽小徑。加多二寸。得大徑。

㊈如上小下大長圓體。上徑四尺。下徑六尺。高八尺。問積。　曰。一百五十九尺一百七十四寸〇二十七分四百六十六釐有餘。

法以上徑求出面積一十二尺五十六寸六十三分七十釐六十毫有餘。又以下徑求出面積二十八尺二十七寸四十三分三十三釐八十五毫有餘。又以上徑乘下徑開方得中徑四尺八寸九分八釐九毫七絲七忽四微八僉有餘。求得面積一十八尺八十四寸九十五分五十五釐八十五毫有餘。三

數相併。得五十九尺六十九寸〇二分六十釐三十毫有餘。與高相乘。得四百七十七尺五百二十二寸〇八十二分四百釐有餘。三歸之。得所求。

又法。以上下徑相減。餘二尺。折半得一尺爲一率。高八尺爲二率。下徑六尺折半爲三率。求得四率。二十四尺爲本體。加成尖體之高。甲乙乃以下徑六尺丙丁求得面積二十八尺二十七寸四十三分三十三釐八十五毫有餘。與高二十四尺相乘。得六百七十八尺五百八十四寸一十二分四百釐有餘。三歸之。得二百二十六尺一百九十四寸六百七十分〇八百釐有餘。爲甲丙丁大尖員之體積。又以高八尺與二十四尺相減餘甲庚十六尺。以上徑四尺戊己求出面積一十二尺五十六寸六十三分七十釐六十毫有餘。與高十六尺相乘。得二百〇一尺〇六十一寸九百二十九分六百釐有餘。三歸之。得六十七尺〇二十寸〇六百四十三分二百釐有餘。爲甲戊己小尖員體積。二體積相減。餘爲所求積。



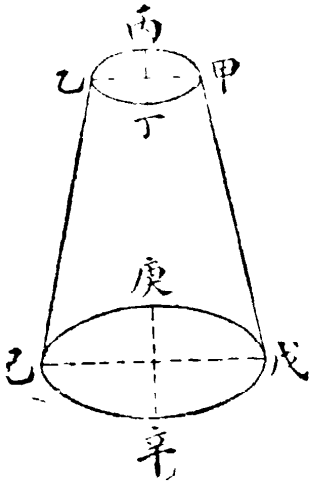
又法。用上小下大長方體。與上小下大長員體。定率比例以方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。員體積〇七八五三九八一六三爲二率。上徑四尺自乘。下徑六尺自乘。上徑四尺與下徑六尺相乘。

三數相併。以高八尺乘之。得六百零八尺。三歸之。得二百零二尺六百六十六寸六百六十六分六百六十六釐有餘。爲三率。求得四率。卽是。

又捷法。定率比例。以一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。二六一七九九三八八爲二率。上徑自乘下徑自乘。上下徑相乘。併三數。乘高。爲六百零八尺爲三率。求得四率。卽是。此法蓋以三个上小下大長方體。與一个上小下大長員體相比例也。蓋一个長方體爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則一个長員體爲二六一七九九三八八矣。

㊥如上小下大橢員面體。上大徑甲乙四尺。小徑丙丁三尺。下大徑戊己八尺。小徑庚辛六尺。高十尺。問積。曰。二百一十九尺九百一十一寸四百八十五分六百三十三釐有餘。

法以上大小徑相乘。得十二尺。以下大小徑相乘。得四十八尺。又以上大徑乘下小徑。上小徑乘下大徑。共得四十八尺。折半得二十四尺。三數併得八十四尺。乃用方員定率比例。以方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。員積七八五三九八一六三爲二率。見曲線面篇第七條。三數相併之八十四尺爲三率。求得四率六十五尺九十七寸三十四



分四十五釐六十九毫有餘。與高十尺相乘。得數三歸之。得所求。

又法。以上下大徑相減。餘折半得二尺。爲一率。高十尺。爲二率。下大徑折半得四尺。爲三率。求得四率二十尺爲加成尖橢員面體之共高。乃以下大小徑。求出下橢員面積。與高二十尺相乘。三歸之。得大尖橢員面體積。又以上大小徑。求出上橢員面積。與高十尺以原高十尺。與加尖共高二十尺相減。所餘。相乘。三歸之。得小尖橢員面體積。相減餘卽是。

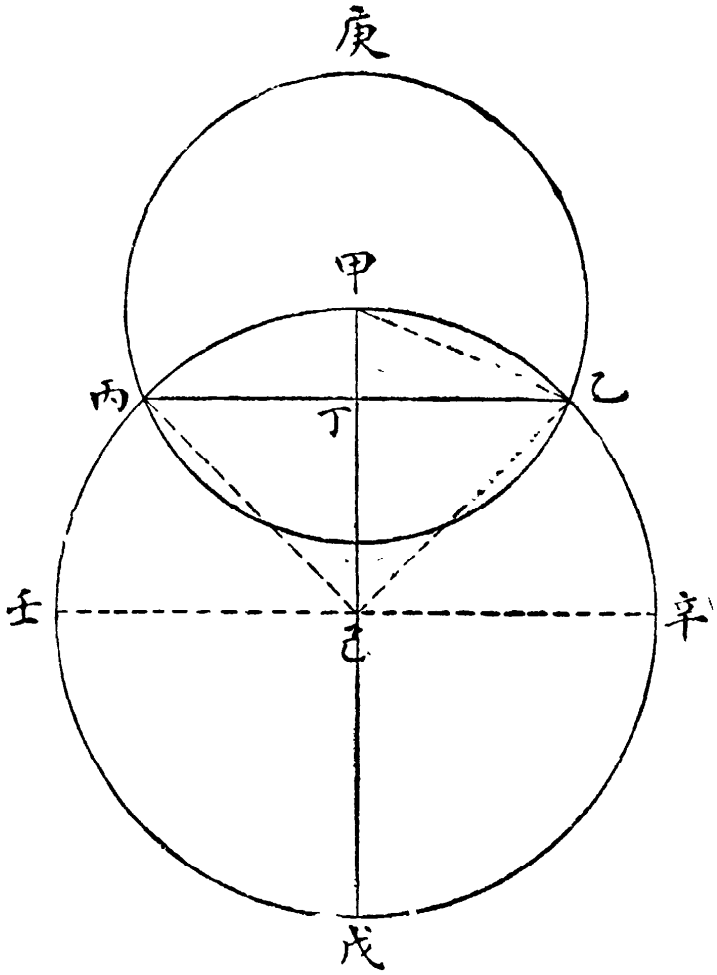
又法用上小下大長方體。與上小下大橢員面體定率比例。以長方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。長員體七八五三九八一六三爲二率。以上大徑四尺倍之。加下大徑八尺。共一十六尺。與上小徑三尺相乘。得四十八尺。以下大徑八尺倍之。加上大徑四尺。共二十尺。與下小徑六尺相乘。得一百二十尺。二數併得一百六十八尺。以高十尺乘之。得一千六百八十尺。六歸之。得二百八十尺成上小下大長方體積爲三率。求得四率卽是。

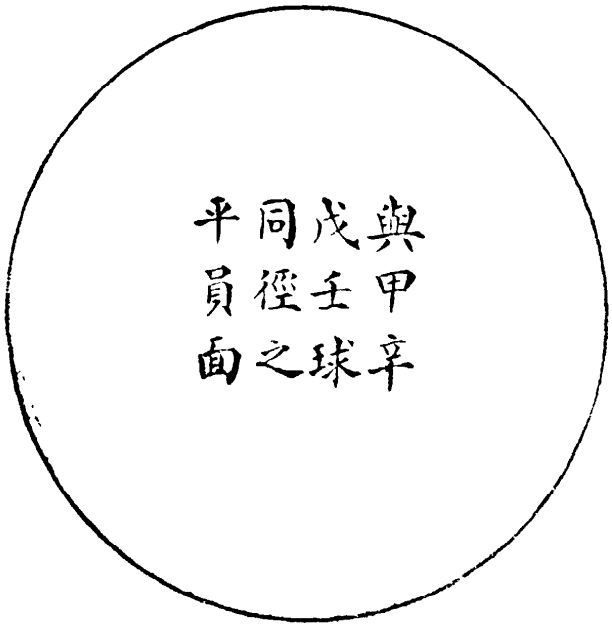
又捷法。定率比例。以一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。此六个長方體積。以一三〇八九九六九四爲二率。此一个長員體積。以倍上大徑。加下大徑。乘上小徑。得數。又倍下大徑加上大徑乘下小徑。得數併二數以乘高。爲三率。亦六个長方體積。求得四率。卽是。

㊀如於甲辛戊壬員球。截甲乙丙一段。其甲丁高二寸。乙丙底徑九寸六分。問截積。曰。七十六寸五百

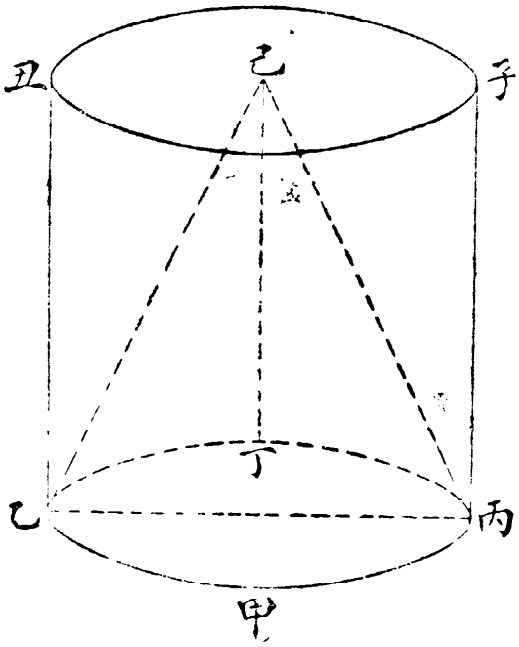
七十一分〇八十八釐有餘。

法以甲丁高二寸爲首率。乙丁半底徑四寸八分爲中率。求得丁戊末率一尺一寸五分二釐。法爲甲丁比乙丁。若乙丁比丁戊也。加甲丁高二寸。得一尺三寸五分二釐。爲球全徑。折半得甲己半徑六寸七分六釐。又以甲丁高二寸爲句。乙丁半底徑四寸八分爲股。求得甲乙弦五寸二分。以之爲半徑。作庚乙丙員。求得其





面積八十四寸九十四分八十六釐有餘。卽爲所截甲乙丙一段之外面積。蓋員面半徑與球體半徑等者。其員面積爲球體外面積四分之一。詳上第四條中。如前項甲辛戊壬員球之外面積。必爲同徑之半員如次圖面積四倍。則甲辛壬半球體。必爲同徑之平員面積二倍。然則以甲己半徑。求得一个平員面積。又以辛己半徑。求得一个平員面積。兩面積相併。必與甲辛壬半球體之外面積等矣。今甲乙丙截球體一段。若以甲丁爲半徑。求得一个平員面積。又以乙丁爲半徑。求得一个平員面積。兩面積相併。有不與甲乙丙截球體一段之外面積等乎。而句股之法。甲乙弦自乘之正方。與甲丁句自乘。乙丁股自乘。兩正方積等。則甲乙弦爲半徑所得之員面積。亦必與甲丁句乙丁股爲半徑所得之兩員面積等矣。故甲乙弦爲半徑。所得之庚乙丙平員面積。卽爲甲乙丙截球體一段之外面積也。又法。以辛壬全徑一尺三寸五分二釐。用徑求周法。求得周四尺二寸四分七釐四毫三絲三忽有餘。而以高二寸乘之。亦得甲乙丙截球一段之外面積。詳上第五條。既得截球體一段之外面積。與甲己員球半徑相乘。得甲乙丙子丑長員積。如此圖子丑爲面。乙丙爲底。甲爲底之正中。己爲面之正中。底凸而面凹。如兩鍋臍然。於是三歸之。得一百九十一寸四百一十七分五百一十二

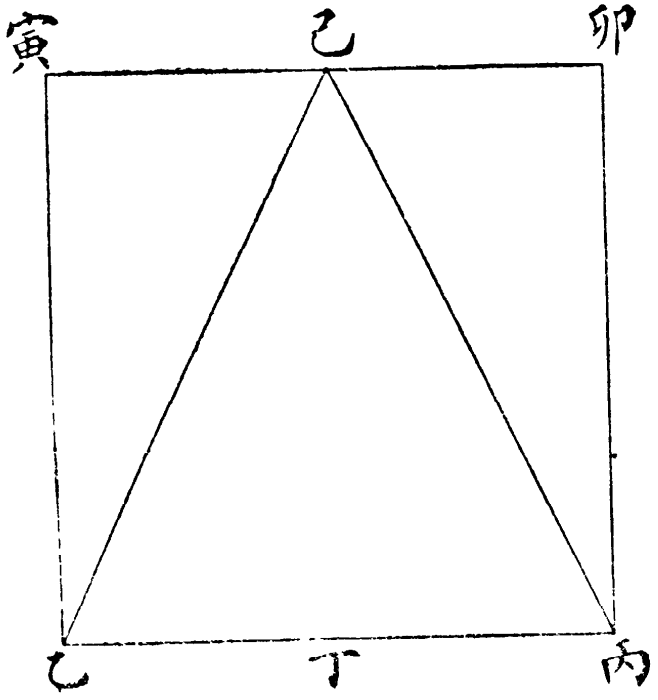


釐。己丙甲丁凸底尖員體積。又以乙丙丁底徑。求得乙丙底平面積。與己丁截半徑相乘。得內丁乙寅卯長員體積。如下圖。

此圖丙乙底寅卯面皆平面。與上圖之己甲上凹下凸者不同。於是三歸之。得己丙乙平底尖圓體積。與己丙甲乙積相減。所餘卽甲乙丙截球體一段之積也。

㊀如空心員球。積二千寸。厚三寸。問內外徑。曰內徑一尺一寸四分六釐三毫九絲七忽。外徑加六寸卽是。

法用根同積異之定率比例。以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一九〇九八五九三一七爲二率。見上第六條。今所設之積三千寸爲三率。求得四率三尺八百一十九寸七百一十八分六百三十四釐有餘。爲空心正方體積。乃照直線體第十四條法。二法任用。求得闊一尺一寸四分六釐三毫九絲七忽有餘。爲空心球體內徑。加六寸爲外徑。此法蓋以空心員球體與空心正方體爲比例。卽如用球積



與方積定率爲比例也。

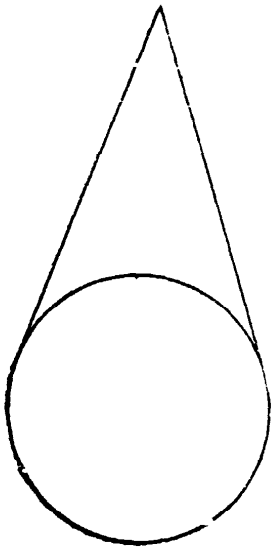
㊀ 如圓倉一座。周二十四尺高十尺。問盛米若干。 曰。一百八十三石三斗四升六合四勺有餘。法以周求出面積四十五尺八十三寸六十六分二十二釐有餘。與高相乘得四百五十八尺三百六十六寸二百二十二分有餘。爲員倉積數。乃以米一石積數定率二千五百寸爲法除之。卽得。積數定率。隨時不同。須較準用。

㊁ 如圓倉一座。盛米一百六十石。高十尺。問周徑 曰。徑七尺一寸三分六釐四毫九絲有餘。周二十二尺四寸一分九釐九毫四絲有餘。

法以米一石爲一率。一石積數定率二千五百寸爲二率。今盛米一百六十石爲三率。求得四率四百尺。爲員倉之積數。以高十尺除之。得四十尺爲員倉之面積。乃用方員定率比例。以員積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。方積一二七三二三九五四爲二率。今所得面積四十尺爲三率。求得四率五十尺九十二寸九十五分八十一釐六十毫有餘。開平方得圓倉徑數。卽可求周數矣。

㊂ 如積米一堆。高五尺。底周十四尺。問米數。 曰。十石〇三斗九升八合一勺有餘。

法與尖員體求積法同。見第二條。但既得積後。以積二千五百寸爲一石耳。



㊀如倚壁堆米。高四尺。底周六尺。問米數。　曰。三石〇五升五合七勺七抄有餘。

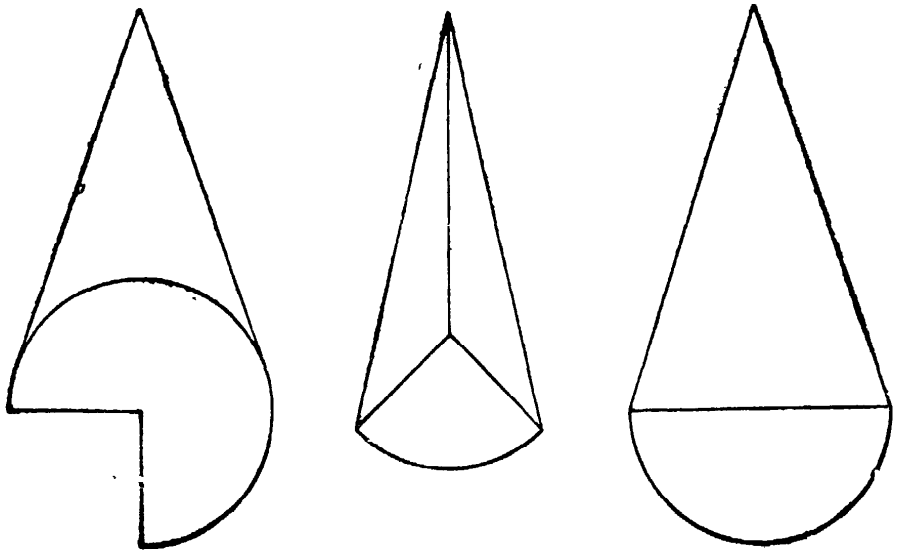
法以底周六尺爲半周。倍之爲全周。照尖員體求積法。求得積。折半得數。乃以二千五百寸爲一石算之。　此卽上條尖員體之一半。故折半取之。

㊁如倚壁內角堆米。高五尺。周十二尺。問米數。　曰。三十石〇五斗五升七合七勺有餘。　此爲尖員體四分之一。

法以周十二尺。四因之。得四十八尺爲全周。用尖員體法。求得積。四歸之。得數以二千五百寸爲一石算之。

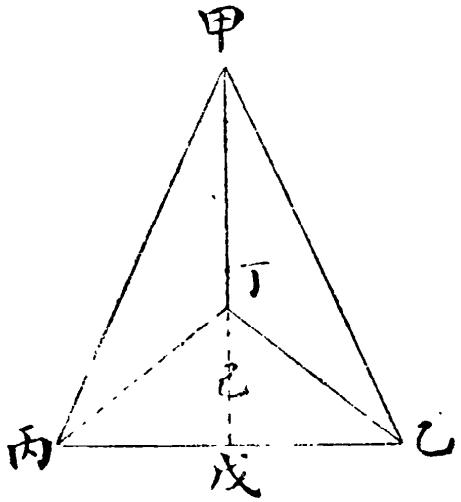
㊂如倚壁外角堆米。高六尺。底周三十三尺。問米數。　曰。九十二石四斗三升七合一勺八抄有餘。　此爲尖員體四分之三。

法用周三十三尺。三歸而四因之。得四十四尺。爲全周。照尖員體法。求得積。四歸三因得數。乃以二千五百寸爲一石算之。



㊀如四面體每邊一尺二寸。求積。曰二百〇三寸六百四十六分七百三十七釐有餘。此體乃等邊三角形四个所合成者。

法以丁乙邊一尺二寸爲弦。以乙丙邊一尺二寸。折半得乙戊六寸爲句。句弦求得丁戊股。一尺〇三分九釐二毫三絲〇四微有餘。爲中垂線。與乙戊相乘得六十二寸三十五分三十八釐二十四毫有餘。爲乙丙丁底冪積。又以甲丁邊一尺二寸爲弦。而取丁戊中垂線三分之二。丁至己爲三分之二。爲句。理詳三角求外切員徑第一條。求得甲己股九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘。爲自甲尖至底中心己之立垂線。己爲底心亦詳三角求外切員徑第一條。以與底積相乘。三歸之。得所求。



又求甲己立垂線捷法。以甲丙邊十二尺。自乘。三歸二因。得九十六寸。開平方即得。此法蓋因甲丙爲弦。戊丙爲句。求得甲戊股。則甲戊自乘爲甲丙自乘方四分之三。見三角求中垂線第一條。又甲戊爲弦。己戊爲句。甲己爲股。則甲己股自乘方爲甲戊自乘方九分之八。甲戊與丁戊垂線等。己戊爲丁戊三分之一。即爲甲戊三分之一。甲戊弦三分。自乘得九分。己戊句一分。自乘得一分。於弦九分內。減去句一分。餘八分。乃甲己股自乘數。甲己自乘。既爲甲丙自乘四分之三。即十二分之九也。而甲己自乘。又爲甲戊自乘九分之八。是甲己自乘。爲甲丙自乘十二分之八。即三分之二也。故以甲丙自乘。三歸而

二因之。得積開方得甲己高。又用定率比例。以定率四面體之每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。四面體之立垂線八一六四九六五八爲二率。今設四面體之每邊一尺二寸爲三率。求得四率。卽甲己。

又用邊同積異定率比例。以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。四面體積一一七八五一一二九爲二率。今設邊自乘再乘爲三率。求得四率。卽所求積。

又用積同邊異定率比例。以四面體每邊二〇三九六四八九〇〇爲一率。正方體每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率。求得四率。爲與四面體積相等之正方體邊。自乘再乘得正方體積。卽四面體積。

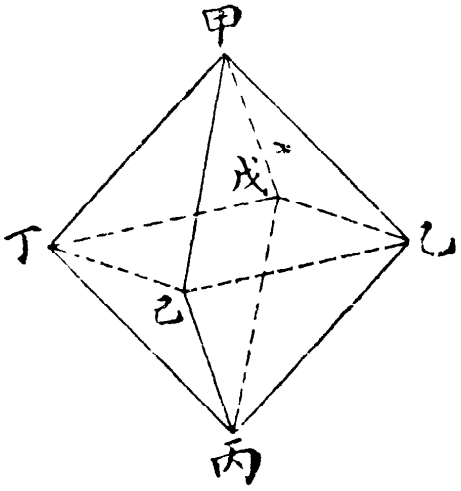
㊁如有四面體積二百〇三寸六百四十六分七百五十釐。求每邊。曰十二寸。

法用邊同積異定率比例。以四面體積一一七八五一一二九爲一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率。求得四率一尺七百二十八寸。開立方卽得。

又法用同積異邊定率比例。以正方體每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。四面體每邊二〇三九六四八九〇〇爲二率。今設積開立方得五寸八分八釐三毫三絲六忽五微有餘爲三率。求得四率卽是。

㊂如八面體。每邊一尺二寸。求積。曰。八百一十四寸五百八十六分九百七十六釐有餘。此體乃等邊三角形八个所合成者。

法以八面體。分爲上下二尖方體算之。將己乙邊一尺二寸與丁己邊一尺二寸相乘。得戊己平方積。一尺四十四寸爲上下二尖方之共底。又以自乘之一尺四十四寸倍之。開平方得一尺六寸九分七釐〇五絲六忽二微有餘。爲丁乙對角線。詳直線面第一條。即爲甲丙對角線。以此對角線。與共底一尺四十四寸相乘。三歸之。即得。



又法。用邊同積異定率比例。以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八面體積〇四七一四〇四五一二爲二率。今設邊自乘再乘爲三率。求得四率即是。

又法。用積同邊異定率比例。以八面體每邊一二八四八九八二九爲一率。正方體每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率。求得四率。爲與八面體等積之正方體邊。自乘再乘即得。

㊃如八面體積八百一十四寸五百八十七分一十二釐。求邊則用邊同積異定率比例。以八面體積四七一四〇四五二一爲一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率。求得四率。開

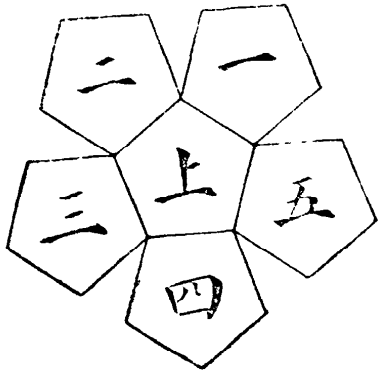
立方卽得。每邊一尺二寸。

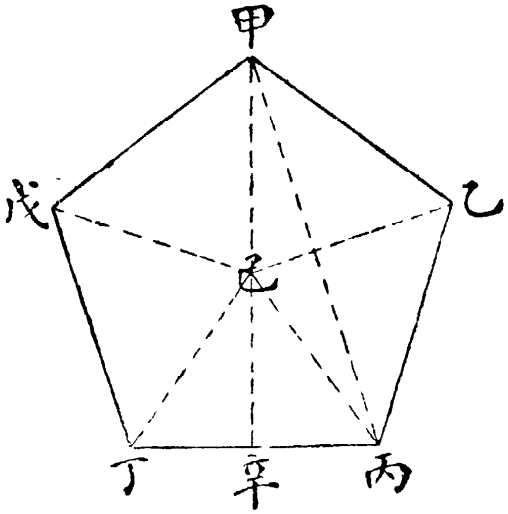
又法用積同邊異定率比例。以正方體邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八面體邊一二八四八九八二九爲二率。今設積開方得數爲三率。求得四率卽是。

㊄如十二面體。每邊一尺二寸。求積。曰。一十三尺二百四十一寸八百六十八分三百四十八釐有餘。

此體乃等邊五角形。十二面所合成者。分上下各六面。以一面在上如蓋。旁綴五面。聯合成覆碗形。以一面在下爲底。亦旁綴五面。聯合爲仰盂形。二形相合。卽成此體。

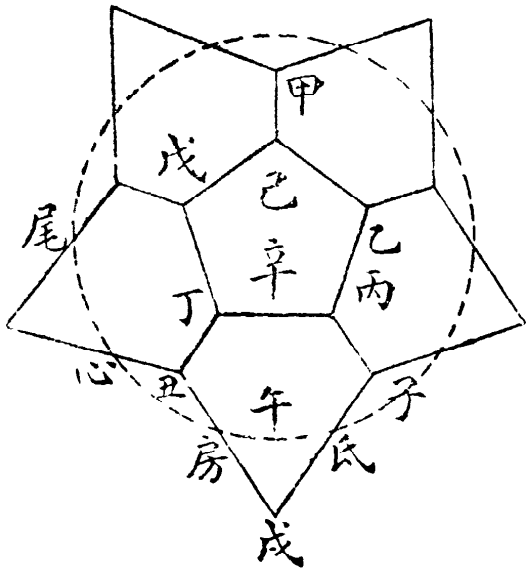
法先求一面之冪積。照各等邊形篇第一條。以每邊一尺二寸爲首率。求得甲己等分角線。一尺〇二分〇七毫八絲〇九微有餘。己辛等心己爲面心。中垂線。八寸二分五釐八毫二絲九忽一微有餘。又求得本面積二尺四十七寸七十四分八十七釐三十毫有餘。次求本面立五角尖體積。用理分中末線之大分





六一八〇三三九爲一率全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。全分卽首率。大分卽中率。首率爲一尺。則中率爲六一八〇三三九九也。今設邊一尺二寸。丙丁如大分爲三率。求得四率。甲丙如全分。一尺九寸四分一釐六毫四絲〇七微有餘。此以定率爲比例也。

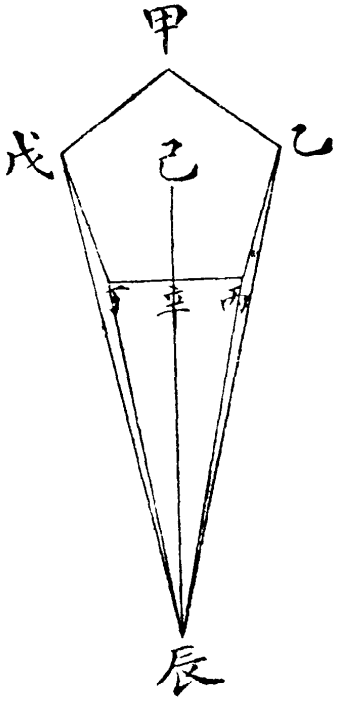
於是從體中腰橫剖。上蓋下底。折中爲中腰。橫剖之如切瓜然。則成十等邊之平面。如下圖。乙丙丁戊甲上蓋也。丙丁子丑戊等五面。旁綴成覆碗形者也。從氐房心尾等處剖之。則成氐房等五面。房心等五面。共十面。其所剖處。皆正當每邊之一半。如氐當子戊邊之正中。房當丑戊邊之正中。又用理分中末線之大分六一八〇三三九九爲一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所得甲丙一尺九寸四分一釐六毫四絲七微。移作子丑。丙丁子丑戊五邊形。本同甲乙丙丁戊形。故甲丙卽同子丑。折半得子午爲三率。求得四率氐辰一尺五寸七分〇八毫二絲〇二微有餘。爲每邊正中至形心辰之斜線。辰在上蓋己及底心。相距之中。蓋所剖之氐房等線。爲子丑線之半。用子丑卽如用氐房。而氐房與氐辰之比。同於理分中末線大分與全分之比也。又氐爲子戊邊之中。卽無異辛爲丙丁邊之中。則用氐辰。卽如用辛辰。於是以辛辰斜線爲弦。己辛爲句。求得己辰



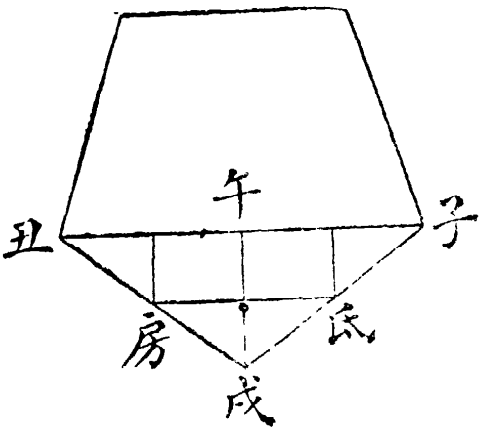
股。一尺三寸三分六釐二毫一絲九忽六微有餘。爲形心至每面中心之立垂線。爰以此立垂線與甲乙丙丁戊面積相乘。三歸之。得一尺一百〇三寸四百八十九分〇二十九釐有餘。爲一个尖五角體積。以十二个因之。得所求。

又法。用同邊異積定率比例。以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。本體積七六六三一一八九〇三爲二率。今設邊自乘再乘爲三率。求得四率卽是。

又用同積異邊定率比例。以本體邊五〇七二二二〇七爲一率。正方體邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率。求得四率。爲與本體等積之正方體邊。自乘再乘卽是。



牛一丑子爲房氐圖

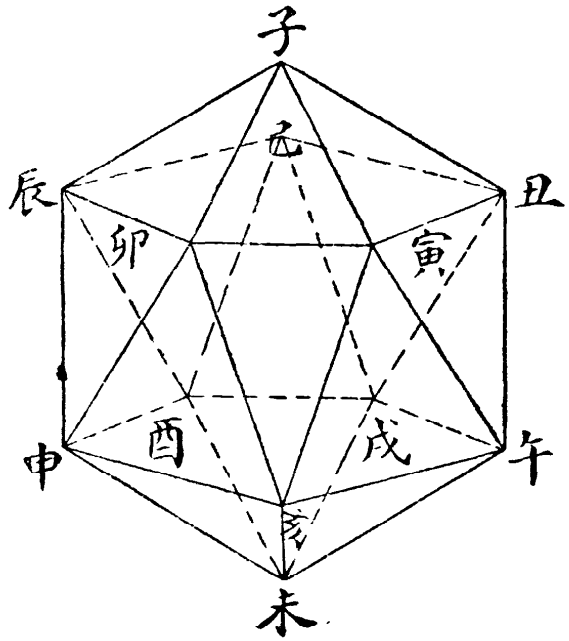


㊅如十二面體積一十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐。求邊。則用同邊異積定率比例。以本體積七六六三一一八九〇三爲一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設積爲三率。求得四率一尺七百二十八寸。開立方。得一尺二寸。如所求。

又法。用同積異邊定率比例。以正方體每邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。本體邊五〇七二二二〇七爲二率。今設積開立方得二尺三寸六分五釐八毫二絲七忽六微有餘爲三率。求得四率。

㊐如二十面體每邊一尺二寸。問積。曰。三尺七百六十九寸九百六十八分三百釐有餘。此體乃二十个等邊平三角形所合成者。上層五个。一子寅卯。一子寅丑。一子卯辰。一子辰巳。一子巳丑。攢合如蓋。下層五个。一未午亥。一未亥申。一未申酉。一未酉戌。一未戌午。攢合如底。中層十个。一午丑寅。一寅午亥。一亥寅卯。一卯亥申。一申卯辰。一申辰酉。一辰酉巳。一酉巳戌。一巳戌丑。一戌丑午。旁羅上中下湊合。即成此體。

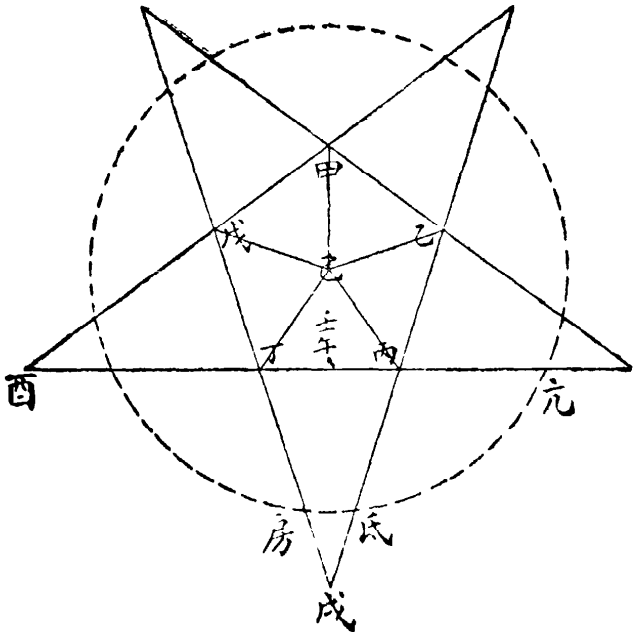
法。倣上條先求一面冪積。以每邊十二尺。求得己壬等分角線六寸九分二釐八毫二絲〇二微有餘。壬午等心垂線三寸四分六釐四毫一絲〇一微有餘。並如下圖。又求得面積六十二寸三十五分三十八釐二十四毫有餘。次求立三角體積。乃用理分中末線之大分六一八〇三三九九爲一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊一尺二寸。如丙丁。折半得六寸。如丙午。即氏房。爲三率。求得四率。氏辰辰在己下。九寸七分〇八毫二絲〇二微有餘。蓋如上條法。於二十面體之中腰剖開。如下圖。則成十等邊面形。其所剖之處。如氏如房等。皆



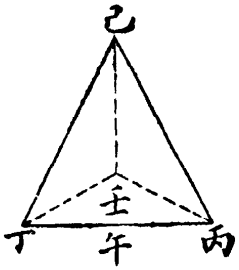
正當每邊之一半。如氐在丙戊線中。故其所剖之氐房等線。亦得丙丁邊之一半。爲丙午。其氐房卽丙午與氐辰卽午辰之比。同於理分中末線。大分與全分之比。求得氐辰。卽午辰斜線。爰以此斜線爲弦。壬午心垂線爲句。求得辰壬股九寸〇六釐九毫一絲三忽五微有餘。爲形心至每面中心之立垂線。以乘面積。三歸之。得一个立三角體積。一百八十八寸四百九十八分四百一十五釐有餘。爲一个立積。以二十个因之。如所求。

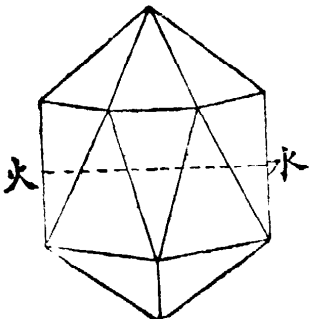
甲乙丙丁戊五角形。乃己丙丁等五角三角所攢合。卽二十面體之上蓋也。其周圍丙丁戊。以尖下垂之五个三角。及丁戊酉。以尖上指之五个三角。則旁羅爲中層者也。以氐房等點線剖之。成亢氐房等十面體。

捷法。用同邊異積定率比例。以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。本體積二一八一六九四九六九爲二率。



橫剖成十面圖





從水火線橫剖

今設邊一尺二寸。自乘再乘爲三率，求得四率。卽是。又用同積異邊定率比例。以本體每邊七七一〇二五三四爲一率。正方體邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊一尺二寸爲三率。求得四率。爲與本體等積之正方邊。自乘再乘卽得。

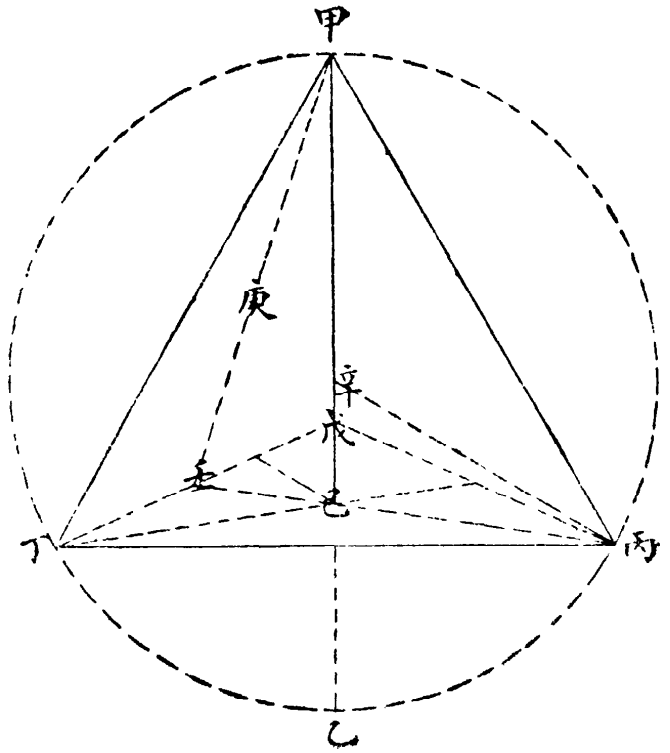
㈧如二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百〇六釐。求邊。則用同邊異積定率比例。以本體積二一八一六九四九六九爲一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今積爲三率。求得四率。開立方得一尺二寸。卽是。

又法用同積異邊定率比例。以正方體邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。本體邊〇七七一〇二五三四爲二率。今設積開立方。得一尺五寸五分六釐三毫六絲九忽有餘爲三率。求得四率。卽是。

球內容各等面體

㈠如球徑一尺二寸。求內容四面體之每邊及體積。曰。邊九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘。積一百一十寸八百五十一分二百五十釐有餘。法以徑甲乙一尺二寸。三歸二因之。得甲己八寸。爲四面體自尖至每面中心之立垂線。如圖之甲己與丙庚。此兩垂線相交於辛。則辛爲四面體之中心。亦爲球之中心。甲辛與丙辛。俱球半徑。甲己壬句股形。與甲庚辛句股形同式。甲己壬句股形。以己壬爲句。以甲壬爲弦。甲庚辛句股形。以辛庚爲句。以甲辛爲弦。則兩句股形。同用一甲角。而己角庚角。又同爲直角。則壬角與辛角亦必等。故爲同式也。法爲甲壬弦比己壬句。若甲辛弦比辛庚

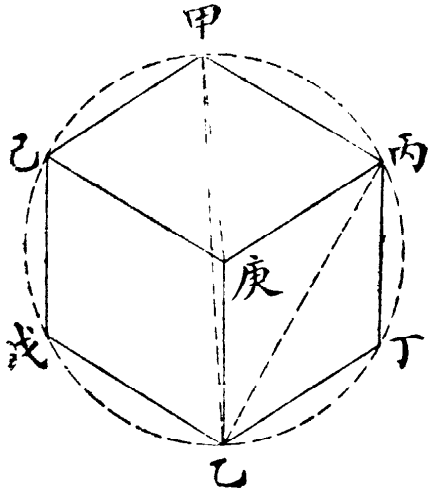
句。而甲壬弦（與丙壬同。）爲三分。己壬句爲一分。則甲辛弦亦爲三分。辛庚句（與辛己同。）亦爲一分矣。今命甲辛爲三分。甲辛爲半徑。得三分。則全徑爲六分。以辛己一分。加甲辛三分。則得甲己四分。是甲己立垂線。得全徑六分之四。卽三分之二也。故三歸而二因之。得甲己。既得甲己。自乘得六十四寸。二歸三因。得九十六寸。開平方得九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘。乃四面體每邊之數也。蓋立垂線自乘方。爲每邊自乘方三分之二。（見前四面體求積法）則每邊自乘方。爲甲己自乘方二分之三。故二歸而三因之。開平方得每邊也。　求積。則照前篇第一條求積法。　又求邊捷法。以球徑一尺二寸自乘。三歸二因。得九十六寸。開平方。卽得邊數。蓋甲己立垂線。既爲球徑三分之二。則甲己自乘。（二二如四。）必爲球徑甲乙自乘。（三三如九。）九分之四。而甲己自乘（得六十四。）又爲每邊甲丙自乘（得九十六。）三分之二。卽六分之四。（設甲己自乘得四。則甲丙自乘必得六。）則甲丙邊自乘。（九十六。）必爲甲乙徑自乘（一百四十四。）九分之六（甲己自乘四。甲丙自乘六。甲乙



自乘九也。即三分之二。故以徑甲乙自乘。三歸二因。得甲丙邊積。開方得甲丙。如有四面體之每邊。求外切球徑。則可以一邊自乘。二歸三因。開平方得徑矣。否則如上法。先求四面體之甲己立垂線。二歸三因以得徑亦可。又用求邊定率比例。以定率球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。四面體每邊〇八一六四九六五八爲二率。今設徑一尺二寸爲三率。求得四率。即是。又用求積定率比例。以球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。四面體積〇〇六四一五〇〇二九爲二率。今設徑一尺二寸自乘再乘。得一千七百二十八寸爲三率。求得四率。即是。

㊁如球徑一尺二寸。求內容正方體之每邊及積。曰邊六寸九分二釐八毫二絲〇三微有餘。積三百三十二寸五百五十三分七百四十八釐有餘。

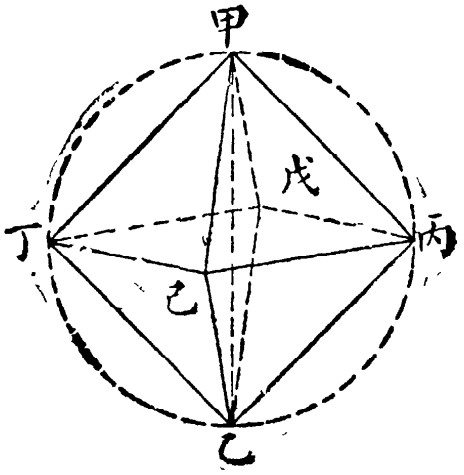
法以徑自乘。三歸之。得四十八寸。開平方。即得邊數。何則。甲庚對角線自乘方。兼有甲丙邊丙庚邊各自乘方之數（如甲丙丙庚各自乘得一尺。甲庚自乘得二尺。）而甲乙對角線自乘方又兼有甲庚自乘方（二尺）庚乙（即甲丙。）自乘方（一尺）之數。（共得三尺。）即如兼有三个庚乙邊自乘方之積也。而甲乙即球徑。故自乘三歸。得乙庚邊自乘積。而開方得邊也。得邊則積可知矣。如有正方體邊。求外切球徑。則以邊自乘三因



之。開平方卽得球徑。又用求邊定率比例。以球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。正方體邊〇五七七三五〇二六爲二率。今設徑爲三率。求得四率卽是。又用求積定率比例。以球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。正方體積一九二四五〇〇八六爲二率。今徑一尺二寸自乘再乘。得一千七百二十八寸爲三率。求得四率卽是。

㊂如球徑一尺二寸。求內容八面體之每邊及積。曰。邊八寸四分八釐五毫二絲八忽一微有餘。積二百八十八寸。

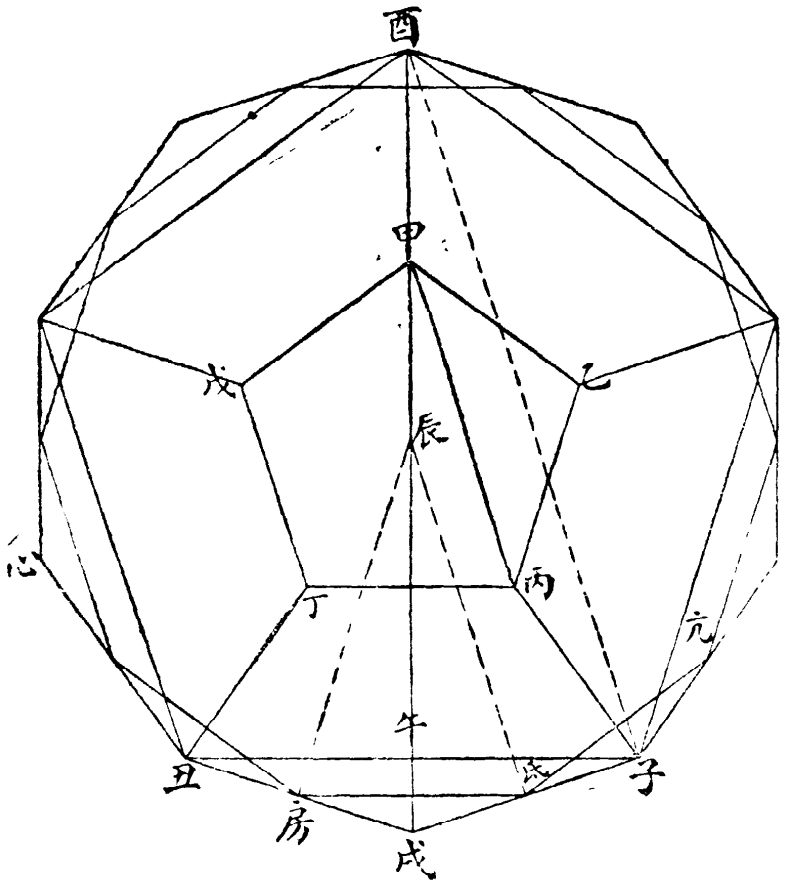
法以球徑自乘。得一百四十四寸。折半得七十二寸。開平方。卽得邊。何則。甲乙球徑也。卽甲丙乙丁平方之對角線也。對角線如弦自乘方。爲邊。甲丙。如股又如句。自乘方之二倍。故以甲乙自乘折半卽爲甲丙邊之積。而開方得甲丙也。既得甲丙。卽自乘得丙己丁戊平方積。以徑甲乙爲高乘之。得立方體積。三歸之。得八面積體。如有八面體之每邊。求外切球徑。則以邊自乘。加倍。開平方卽得球徑。又法。用求邊定率比例。以球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八面體邊〇七〇七一〇六七八爲二率。今設徑爲三率。求得四率。卽是。又用求積定率比例。以球



徑自乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八面體積一六六六六六六六六六爲二率。今設徑自乘再乘爲三率。求得四率卽是。

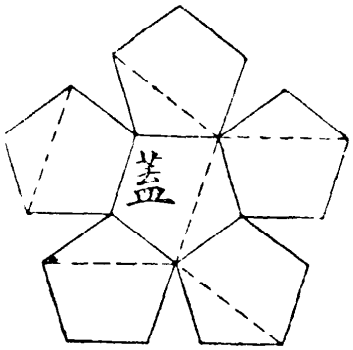
㊃如球徑一尺二寸。求內容十二面體之每邊。及積。曰。邊四寸二分八釐一毫八絲六忽五微有餘。積六百〇一寸五百九十五分二百二十釐有餘。

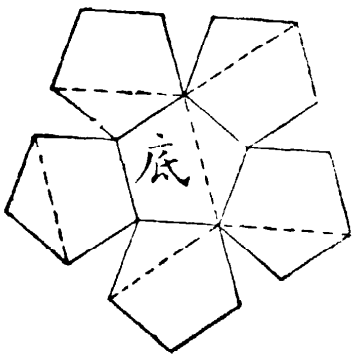
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲股。小分〇三八一九六六〇一爲句。求得一〇七〇四六六二六爲弦。以下圖辰氐戊句股形。辰氐爲股。氐戊爲句。辰戊爲弦。故先求此爲比例。卽以弦爲一率。小分三八一九六六〇一爲二率。今設徑一尺二寸。酉戊爲三率。求得四率子戊。卽是。何則。欲求子戊邊當以酉戊子句股形求之。而酉戊子句股形。與辰戊氐小句股形同式。以辰戊弦比氐戊句。猶之以酉戊弦比戊子句。前

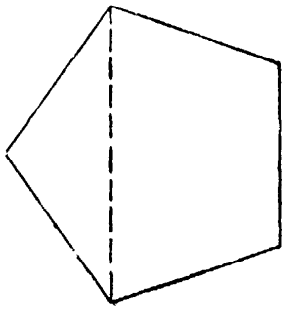


各等面篇第五條。以氐辰爲全分。氐房爲大分。然則氐戌乃小分也。氐房卽子丑之半。亦卽甲丙之半。前篇以甲丙爲全分。丙丁邊爲大分。丙丁卽子戌。卽如以子丑爲全分。子戌爲大分也。半之。則以子午爲全分。卽氐房爲全分。而氐戌爲大分也。若降一等。則氐房爲大分。氐戌爲小分矣。故目氐戌爲小分也。小分爲句。全分爲股。股定率爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇句定率爲〇三八一九六六〇一。則弦定率爲一〇七〇四六六五二六〇。以弦一〇七〇四六六二六〇。比句三八一九六六〇一。可例辰戌之比氐戌。卽可例酉戌之比子戌也。得邊面積可求矣。如有十二面體。每邊求外切球徑。則先求中心至每邊正中垂線爲股。半邊爲句。求得弦。倍之卽球全徑。又求邊法。用上第二條。球容正方體。求方邊法。以球徑自乘。三歸之開平方。得數爲球內容正方體之每邊。卽球內容十二面體之每面兩角相對斜線。乃以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。大分〇六一八〇三三九九爲二率。所得斜線爲三率。求得四率卽是。試將十二面體。每面各作斜線相連。如下圖。遂成正方體形。其十二面之十二斜線。卽正方體之十二邊。其八角卽四方體之八角。皆切於球。故用球內容正方

此圖乍看不明。可用竹絲作十二面體。如式作諸斜線。便了然矣。



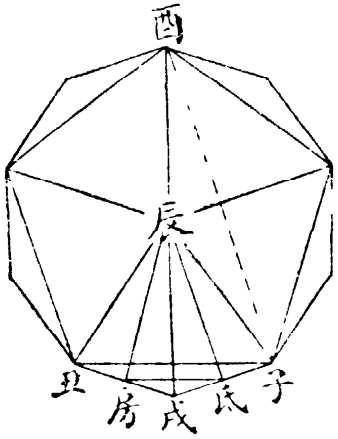




體法。求得容方邊。即爲十二面體兩角相對之斜線也。如有十二面體之每邊。求外切球徑。則先求得兩角相對斜線。爲正方體每邊。次用正方體求外切員徑法。求得員徑。又用求邊定率比例。以球徑一〇〇〇〇〇〇〇爲一率。本體邊〇三五六八二二〇九爲二率。今設徑爲三率。求得四率即是。又用求積定率比例。以徑方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。本體積三四八一四五四八二爲二率。今徑自乘再乘爲三率。求得四率。即是。

㊄如球徑一尺二寸。求內容二十面體之每邊及積。　曰邊六寸三分〇八毫七絲七忽三微有餘。積五百四十七寸八百〇八分四百三十釐有餘。

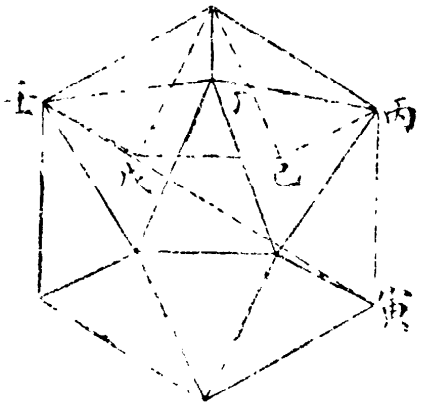
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇爲股。大分六一八〇三三九九爲句。求得弦一一七五五〇五〇即以弦爲一率。緣下圖辰氐戌句股形。辰氐爲股。氐戌爲句。辰戌爲弦。欲求氐戌。故先求此以爲比例張本。大分六一〇三三九九爲二率。今設球徑一尺二寸爲三率。求得四率子戌。即是。何則。欲求子戌邊。當以酉戌子句股形比例。而酉戌子句股形。與辰戌氐小句股形同式。以辰戌弦比氐戌句。即同酉戌弦比子戌句。上條以理分中末線全分一〇〇〇〇〇〇〇比出辰氐。小分三八一九六六〇一比出氐戌。是全分乃股。小分乃句也。股一句



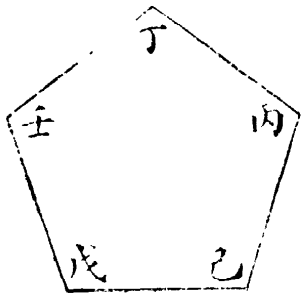
三八一九六六〇一。則弦爲一〇七〇四六六二。以弦一〇七〇四六六二。比句三八一九六六〇一。可例出辰戌之比氐戌。卽可例酉戌之比子戌。此上條法也。亦本條法也。而上條以氐戌爲三八一九六六〇一之小分。此條又以氐戌爲六一八〇三三九九之大分。何也。則以氐房卽子午。見上條。爲辰子丑等邊三角。子丑邊之半。而氐戌亦爲子丑戌等邊三角。與辰子丑同式。子戌邊之半。上條以氐房卽子午爲大分。則氐戌亦必爲大分也。以其同爲本體每邊之半也。上條子戌。止等丙丁。而遠遜子丑此條子戌。竟等子丑。則此條子戌長于上條之子戌。可知矣。

又法照下圖丁丙己戌壬線橫剖之。

試於上球圖作壬寅徑線。則成壬丙寅句股形。壬丙爲股。丙寅爲句。壬寅爲弦。若以面圖言之。則壬丙股卽如理分中末線之全分。丙寅句與丙丁邊同。卽如理分中末線之大分。故以理分中末線全分爲股。大分爲句。求得弦。以比大分。卽同於今設徑壬寅卽子丑之比丙寅也。又用求邊定率比例。以球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。本體邊〇五二五七三一一一爲二率。今設徑爲三率。求得四率。卽是。又用求積定率比例。以球徑自乘再乘之立方積一〇〇〇〇〇〇〇〇



則剖處成丁丙己戊壬五面。如下圖。



爲一率。本體積〇三一七〇一八八三三爲二率。今徑自乘再乘爲三率。求得四率。卽是。

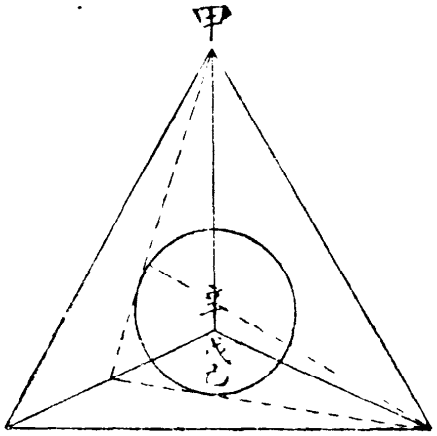
球外切各等面體。

㊀如球徑一尺二寸。求外切四面體之每邊及體積。　曰邊二尺九寸三分九釐三毫八絲七忽六微有餘。積二尺九百九十二寸九百八十三分七百七十六釐有餘。

法以球徑一尺二寸。倍之得二尺四寸。爲四面體自尖至底心之立垂線。內容篇第一條。言甲己四分。辛己一分。辛己員之半徑也。倍爲全徑二分。又倍之則爲四分。卽甲己立垂線可知矣。　以立垂線甲己自乘二歸三因。得八尺六十四寸。開平方。卽得每邊數。詳內容篇第一條。　既得邊數。則用各等面體第一條法。求積。

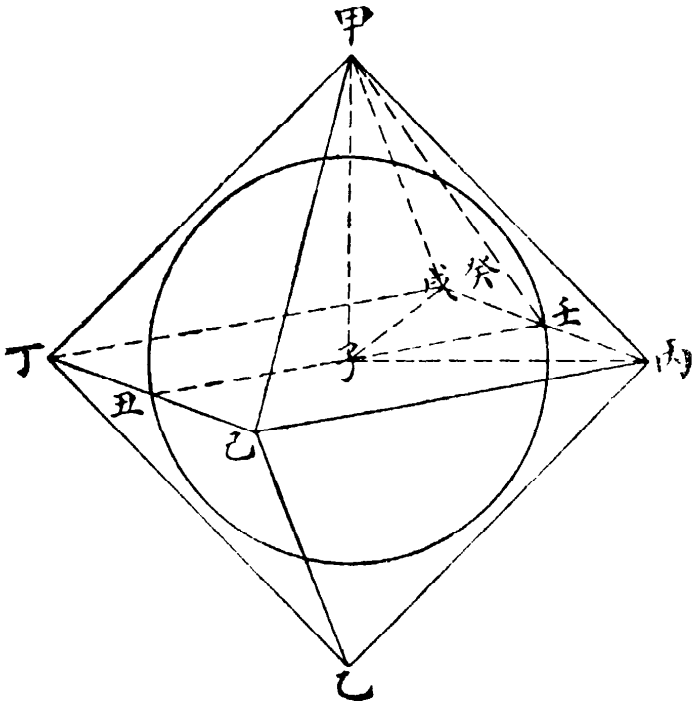
如有四面體邊。求容員徑。則先求立垂線。折半得容員徑。　又用求邊定率比例。以球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。本體邊二四四九四八九七四爲二率。今球徑爲三率。求得四率。卽是。　又用求積定率比例。以球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。本體積一七三二〇五〇八〇七爲二率。今徑自乘再乘爲三率。求得四率。卽是。

㊁如員球徑一尺二寸。求外切八面體之每邊及積。　曰邊一尺四寸

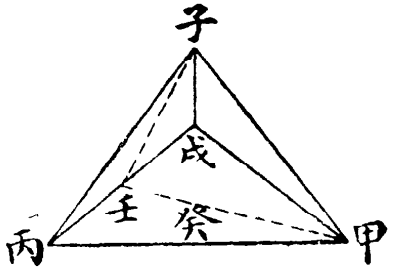


六分九釐六毫九絲三忽八微有餘。積一尺四百九十六寸四百九十一分八百九十六釐有餘。

法以球徑折半。爲八面體形心子。至每面中心之立垂線。何則。試自丙己丁戊橫分之。則成甲丙己丁戊乙丙己丁戊上下二尖方體。將二尖方體。自甲乙尖依各稜（甲丙等。）直剖之。則又成子甲丙戊等尖三角體八个。並以子爲尖。子爲八面體之心。卽球之心。而球之外面（卽外皮。）皆切於各面之中心。（如癸。）故球之半徑。卽八面體心子至每面心之立垂線也。既得立垂線六寸。自乘得三十六寸。六因之。得二百一十六寸。開平方。得一尺四寸六分九釐六毫九絲三忽八微有餘。卽八面體之每邊數。蓋六个立垂線自乘積。與一个邊自乘積等也。所以然者。（下文論說。詳內容篇第一條。）試以子甲丙戊四面體。自甲至戊丙邊中心壬。作甲壬垂線。又自子至甲丙戊面中心癸。作子癸立垂線。又從子至壬。作子壬線。遂成壬癸子句股形。此形以子癸立垂線（卽球半徑。）爲股。癸壬爲句。子壬爲弦。癸壬爲甲壬三分之一。則癸壬自乘方。一一。（一一如。）爲甲壬自



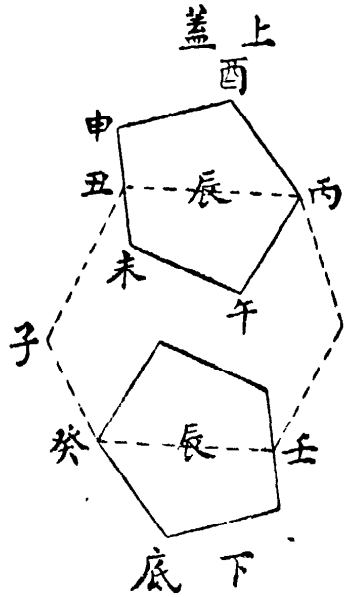
乘方三三如九。九分之一。而甲壬自乘方。九。原爲甲丙自乘方。十二。十二分之九。三角求中垂線法第一條。言弦積四。股積三。四分之三。即十二分之九也。則癸壬自乘方。一。爲甲丙自乘方。十二。十二分之一也。又子壬弦爲半邊之半。子壬子丑。並球半徑壬丑與戊丁邊等。故子壬爲每邊之半。則其自乘方必爲每邊自乘方四分之一。即十二分之三。癸壬句自乘方既爲每邊自乘十二分之一。則子癸股自乘方必爲每邊自乘方十二分之二。弦積三。內減句積一。餘二爲股積也。即六分之一。故以子癸員球半徑。自乘。六因之。得每邊積。而開平方得邊也。既得邊。可用各等面體第三條法。求積。如有八面體每邊。求內容球徑。則求得體心至每面立垂線。即是。又用求邊定率比例。以球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。八面體邊一二二四七四四八七爲二率。今設徑爲三率。求得四率。即是。又用求積定率比例。以球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。本體積八六六〇二五四〇三爲二率。今徑自乘再乘爲三率。求得四率即是。

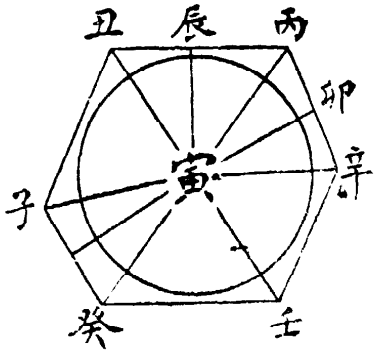


㊂如球徑一尺二寸。求外切十二面體之每邊及積。曰。邊五寸三分八釐八毫三絲三忽六微有餘。積一尺一百九十八寸八百六十二分六百一十六釐有餘。

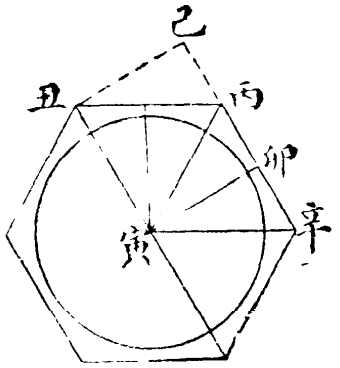
法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。大分〇六一八〇三三九九爲二率。今球徑折半爲三率。求得四率三寸七分〇八毫二絲〇三微有餘。爲十二面體每面中心至邊之垂線。蓋球

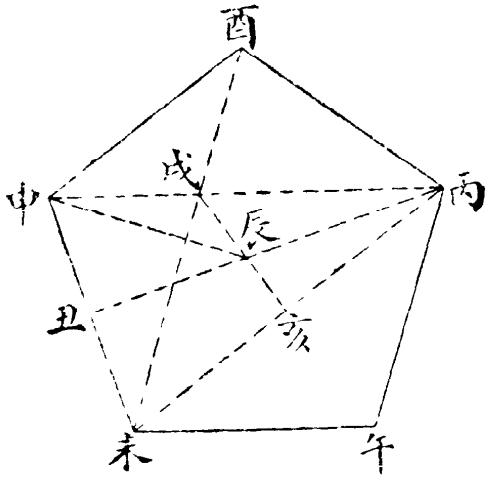
之外皮。皆切於各面之中心。如辰球之半徑。即十二面體中心至每面中心之立垂線寅辰。以球半徑寅辰爲理分中末線之全分。則十二面體之每面中心至邊之垂線辰丑即五等邊形內容員半徑。爲大分。何以知之。試將十二面體。從上蓋一面中垂線丙丑。直剖至下底一面中垂線壬癸。則剖面立面。遂成丙辛壬癸子丑。不等邊六角形。如此圖用竹絲作十二面。合而成體。以麻線照剖處繞一周。作爲剖痕看之。便明矣。丙辛與子癸皆十二面體之每邊。丑丙辛壬等皆十二面體之每面自角至對邊之中垂線。丙丑上蓋垂線。丑子在上一面垂線。壬癸下底垂線。辛壬在下一面垂線。寅丑與寅卯。皆爲十二面體中心至每邊正中之垂線。寅辰爲十二面體中心至每面中心之立垂線。即圓球半徑。辰丑爲每面中心。辰爲上蓋一面之中心。至邊中心。丑爲上蓋申未邊中心。之垂線。辰丙爲每面中心至角之分角線。辰爲上蓋心。丙爲上蓋丙角。今以寅辰爲全分。則辰丑爲大分。何以知之。寅卯既爲十二面體中心至每邊正中之垂線。平分丙辛邊於卯。故丙卯爲每邊之半。寅卯爲全分。則丙卯爲小分。此與內容篇第四條同。此之寅卯。即彼之辰氏全分。此之丙卯。即彼之氏戌小分也。試依寅卯全分





度。作丑己卯寅正方形。則丑己與己卯。亦皆爲全分。己卯既爲全分。而丙卯又爲小分。則己丙卽爲大分。全分內減去小分餘爲大分。丑己丙句股形。與寅辰丑句股同式。此己角彼辰角同爲直角。此丙丑二角。合之共九十度。彼丑寅二角。合之亦共九十度。又此形之丑角。與彼形之丑角。亦併得九十度。是此形之丙角。卽彼形之丑角也。三角已等其二。則餘一角亦必等矣。丑己丙形之丑己股爲全分。則己丙句爲大分。寅辰丑形之寅辰股爲全分。則辰丑句亦爲大分。故以球半徑寅辰比每面中心至邊之垂線辰丑。卽同於理分中末線全分之比大分也。於是又以全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。倍小分七六三九三二〇二爲二率。球半徑六寸爲三率。求得四率辰丙四寸五分八釐三毫五絲九忽二微有餘。爲每面中心至角之分角線。何則。凡五等邊面。自心至邊之垂線。辰丑爲大分。則自心至角之分角線辰丙。卽辰申。爲倍小分。何以知之。蓋丙未斜線爲全分。則未申一邊爲大分。而酉未與丙申二斜線。相交於戌。所截戌申一段。卽爲小分。戌丙與戌未。亦皆爲大分。與未申等。試作戌亥線。平分丙未線於亥。則戌丙亥戌句股形。與辰丑申句股形同式。辰心角之申丑度。爲丙界角之申未度。一半。則辰心角。卽等丙界角。又亥角與丑角皆直角。故同式。夫丙未爲全分。則丙戌爲大分。若丙未爲大分。則





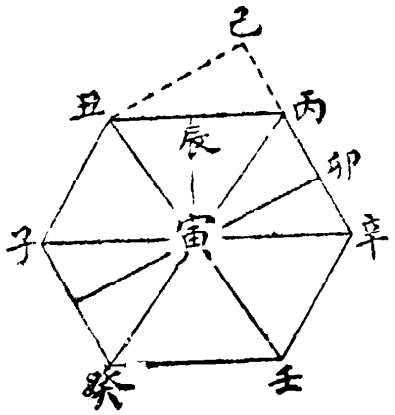
丙戊爲小分。若以丙未之半丙亥爲大分。則丙戊卽爲倍小分。而丙亥之比丙戊。若辰丑之比辰申。故以辰丑爲大分。辰申爲倍小分。今球半徑寅辰。與辰丑。既爲全分比大分。則寅辰與辰申。亦爲全分比倍小分也。既得辰丑垂線。又得辰申。卽辰丙。分角線。則用股弦求句法。求得丑申句。倍之得未申。爲十二體之每邊。既得邊。卽可用各等面體第五條法求積。　如有十二面體之每邊求容球徑。則求得十二面體中心至每面中心之立垂線。倍之卽是。　又用求邊定率比例。以球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。十二面每邊〇四四九〇二七九七爲二率。今球徑爲三率。求得四率。卽是。　又用求積定率比例。以球徑自乘再乘之正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。十二面體積六九三七八六三六七爲二率。今設徑自乘再乘爲三率。求得四率卽是。

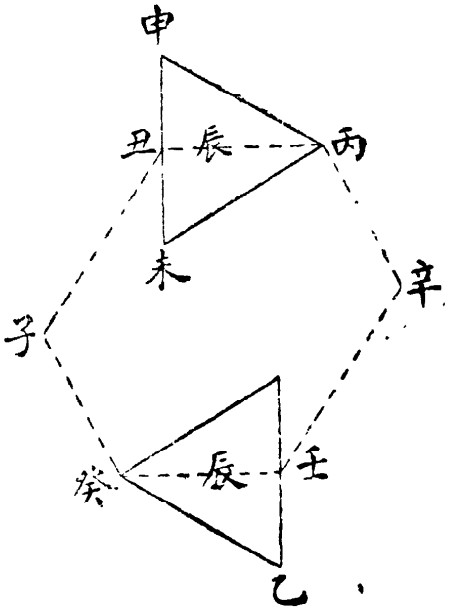
㊃如球徑一尺二寸。求外切二十面體之每邊及積。　曰。邊七寸九分三釐九毫〇一忽四微有餘。　積一尺〇九十一寸六百七十六分有餘。

法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。小分三八一九六六〇一爲二率。今球徑折半得寅辰六寸爲三率。求得辰丑四率二寸二分九釐一毫七絲九忽六微有餘。爲二十面體每面中心至邊之垂線。蓋球之外皮。皆切於各面之中心如辰。球之半徑寅辰。卽二十面體中心至每面中心之立垂線。以球半徑寅辰爲全分。則每面中心至邊之垂線辰丑卽二等邊形內容員半徑。爲小分。每面中心至角

之分角線辰丙（即三等邊形外切員半徑。）爲倍小分。試將二十面體。按其丙申末上一面中垂線（辰丑）直剖至底。

上圖丙申末一面爲蓋。下圖甲乙癸一面爲底。從丙丑直剖至壬癸。則剖面。（立面）遂成丙辛壬癸子丑不等邊六角形。如下圖。丙辛與癸子。皆二十面體之每邊。丑丙辛壬等。皆每面自角至對邊之中垂線。（丑丙。上蓋一面垂線。丑子左旁上一面垂線。壬癸下底一面垂線。辛壬右旁下一面垂線。）寅丑與寅卯皆二十面體中心（寅）至每邊正中。（如丑如卯。）之斜線。寅辰爲二十面體中心。至每面中心之立垂線。即球半徑。辰丑爲每面中心至邊之垂線。（辰爲上蓋一面之中心。）辰丙爲每面中心至角之分角線。今以寅辰爲全分。則辰丑爲小分。丙辰爲倍小分也。（說見上第二條。）既得辰丑。三因之。得丙丑六寸八分七釐五毫三絲八忽八微有餘。爲每面自角至對邊之中垂線。（詳三角求員容徑法。）自乘。三歸四因。開平方。即得每邊數。（詳三角求中垂線法第一條。）既得每邊。即可用各等面體第七條法求積。如有二十





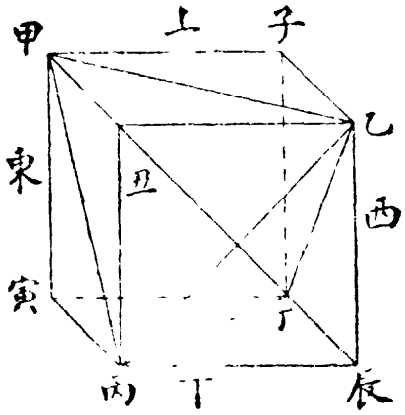
面體之每邊求容球徑。則求得體中心。至每面中心之立垂線。倍之卽容球徑。　又用求邊定率比例。以球徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。二十面體每邊〇六六一五八四五三爲二率。今徑爲三率。求得四率卽是。　又用求積定率比例。以球徑自乘再乘之立方積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。二十面體積六三一七五六九九九爲二率。今徑自乘再乘爲三率。求得四率卽是。

各等面體互容

㊀如正方體每邊一尺二寸求內容四面體之每邊。　曰。一尺六寸九分七釐〇五絲六忽二微有餘。

法以正方體每邊自乘倍之。得二尺八十八寸。開平方得所求。蓋四面體之六稜。皆切於正方體之六面。故四面體之每邊。卽正方體每面之對角斜線。故用直線面形第一條法。求出斜線。卽得也。如圖。甲乙丙丁四面體。其甲乙邊。卽方體上面對角斜線。其甲丙邊。卽方邊東面斜線。其甲丁邊。卽方體南面斜線。其乙丙邊。卽方體北面斜線。其丁丙邊。卽方體下面斜線。其乙丁邊。卽方體西面斜線也。　如有四面體之每邊。求外切正方體之邊。以四面體之邊自乘折半。開平方卽得。

㊁如正方體每邊一尺二寸。求內容八面體之每邊。　曰。八寸四分八



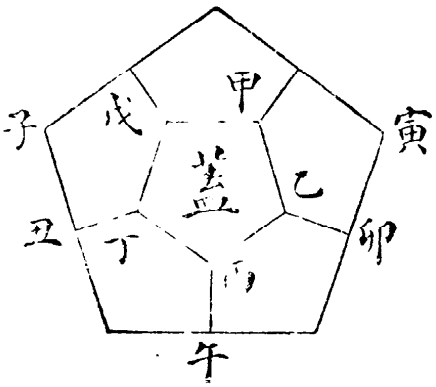
釐五毫二絲八忽一微有餘。

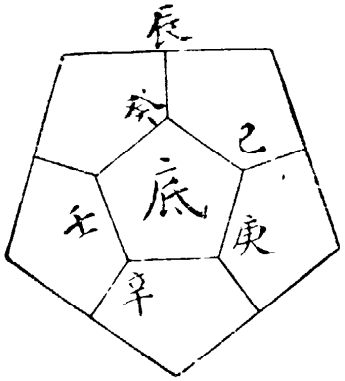
法以正方體邊自乘得一百四十四寸。折半得七十二寸。開平方卽得。

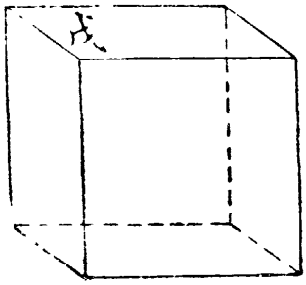
八面體之六角。切於正方體之六面。則正方體之每邊戊丁卽甲乙。卽八面體之對角戊角對丁角。斜線也。故用斜弦求方邊法求之。如有八面體之每邊。求外切正方體邊。則用八面體之邊。自乘。加倍。開平方卽得。

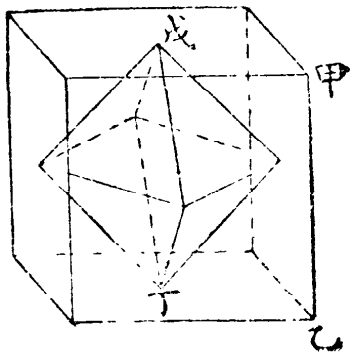
㊂如正方體每邊一尺二寸。求內容十二面體之每邊。曰四寸五分八釐三毫五絲九忽二微有餘。

法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。小分三八一九





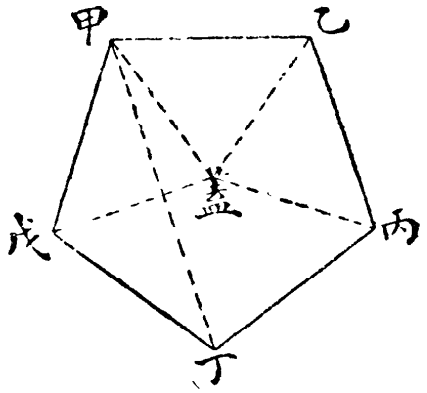


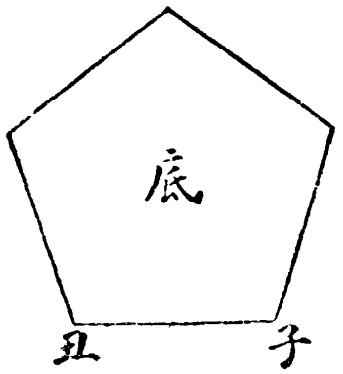


六六〇一爲二率。正方邊一尺二寸爲三率。求得四率。即是。蓋十二面體之六稜。切於正方體之六面。上蓋之甲戊稜。切於方體之上一面正中。下底之庚申稜。切於方體之下面正中。又與蓋相連於左之子丑稜。切於方體之左面正中。與蓋相連於右之寅卯稜。切於方體之右面正中。與蓋相連於後之丙午稜。切於方體之後面正中。與底相連於前之辰癸稜。切於方體前面之正中。則正方體之每邊。與十二面體兩邊如甲戊庚辛。相對之線等。如甲至庚。戊至辛。即十二面體中心。至每邊正中斜線之倍也。而正方體每邊之半即爲十二面體中心至每面中心之斜線。試照各等面體第五條圖說所剖氐房痕線。爲子丑之半。氐辰爲體中心至每邊之正中斜線。即正方體每邊之半。以氐辰爲理分中末線之全分。則氐房爲大分。氐戊十二面體每邊之半。爲小分。故全分與小分之比。同於正方體每邊之半。與十二面體每邊之半之比。亦即同於正方體每邊與十二面體每邊之比也。如有十二面體之每邊。求外切正方體之每邊。則以十二面體之每邊爲小分。比例得全分。即外切正方體之每邊也。

㊃ 如正方體每邊一尺二寸。求內容二十面體之每邊。曰。七寸四分一釐六毫四絲〇七微有餘。

法以理分中末線之全分一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。大分六一八〇三三九九爲二率。正方體邊爲三率。求得四率即是。蓋二十





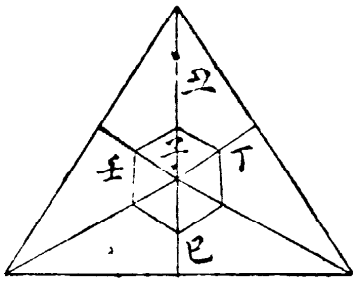
面體。以六稜切於正方體中之六面。以上蓋之甲乙稜。切於方體之上一面正中。以下底之子丑稜。切於方體之下一面正中也。其餘但用竹絲。作二十面體觀之。自明。不贅陳。則正方體之每邊。即二十面體甲丁兩角相對之斜線。試將上蓋截看。所截面成甲乙丙丁戊五等邊形。甲丁兩角相對斜線。即如理分中末線之全分。則丙丁一邊即爲大分。故全分與大分之比。即同於正方體邊與二十面體邊之比也。如有二十面體之每邊。求外切正方體邊。則以二十面體邊爲大分。比例得全分。即是。

㊄如四面體每邊一尺二寸。求內容正方體之每邊。曰。二寸八分二釐八毫四絲二忽七微有餘。

法照各等面體篇第一條法。求得四面體自尖至底中心之立垂線。折半爲容員全徑。又照各等面體第三條法。求得員球所容正方體邊。即四面體所容正方體邊也。

如圖。丁己壬丑正方體。以丁己壬丑四角切於四面體各面之中心。則四面體中心至每面中心之立垂線。即正方體中心至各角之斜線。四面體內容球徑。即正方體外切球徑。故法如此。又法。以四面體每邊自乘以十八歸除之。開平方即得。此與前法同。蓋四面體之立垂線。自乘方。爲每邊自乘方三分之二。即六分之四。而所容員球徑。爲立垂線之一半。則球徑自乘方。爲立垂線自乘方四分之一。即

丑角指天
己角指地
壬角指東
丁角指西
子角指北



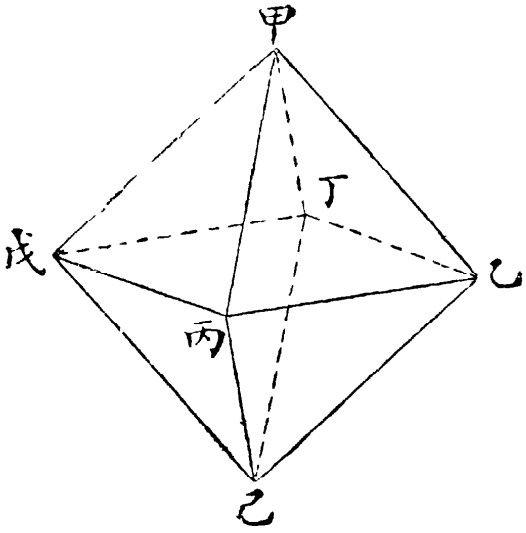
爲邊自乘方六分之一。而球內所容正方體之邊之自乘方。爲球徑自乘方三分之一。故方體之每邊自乘方。爲四面體每邊自乘方十八分之一也。

如有正方體。每邊求外切四面體邊。則以正方體邊自乘。以十八乘之。開平方卽得。

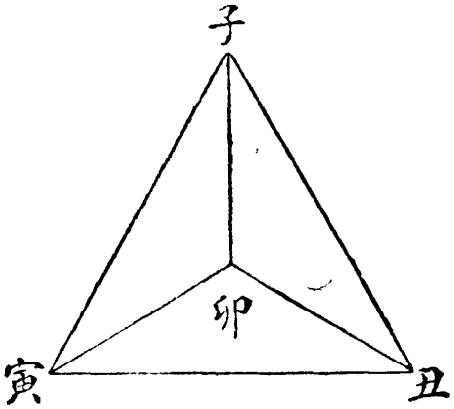
㊅如四面體每邊一尺二寸。求內容八面體之每邊。曰六寸。

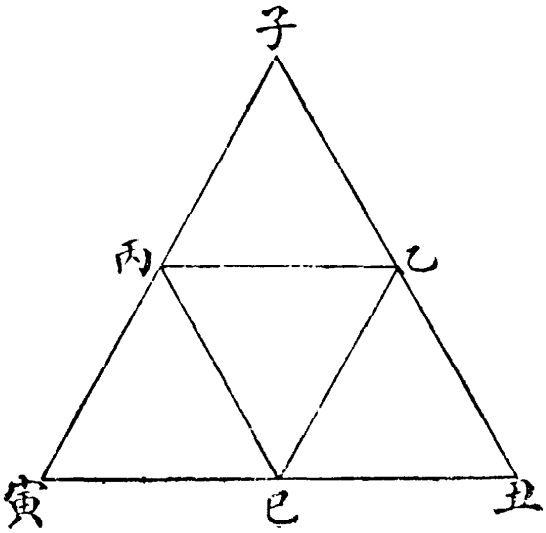
法以四面體每邊一尺二寸。折半卽得。蓋八面體以其四面切于四面體之四面。六角切於四面體之六稜中心。故八面體之每邊。卽爲四面體每邊之半也。如圖。以八面體戊丙己面。切於四面體之寅卯

八面體形

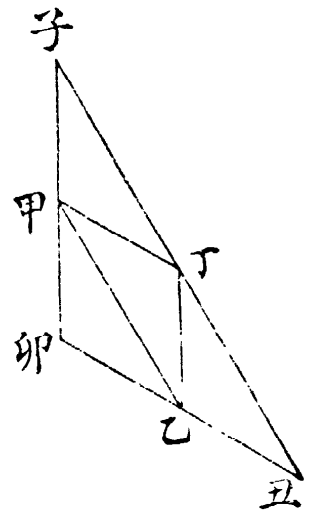


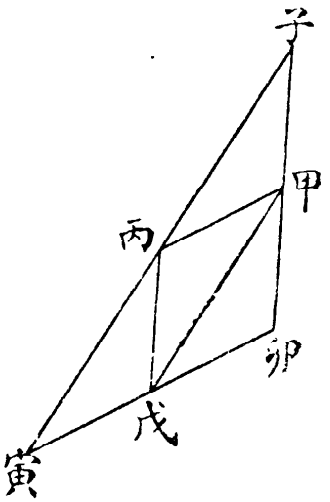
四面體形





丑平面成上圖（如上面第三圖）又以八面體之乙丁甲面切於四面體之子卯丑立面如下圖（如下第一圖）又以八面體之甲戊丙面切於四面體之子卯寅立面如下圖（如下第二圖）則八面之六角切於四面體之六稜之中可見而八面體之邊爲四面體邊之半亦可見矣　如有八面體之一邊求外切四面體之邊則以八面體之邊倍之卽是





㊀如四面體每邊一尺二寸求內容十二面體之每邊　曰一寸七分四釐八毫〇三忽九微有餘

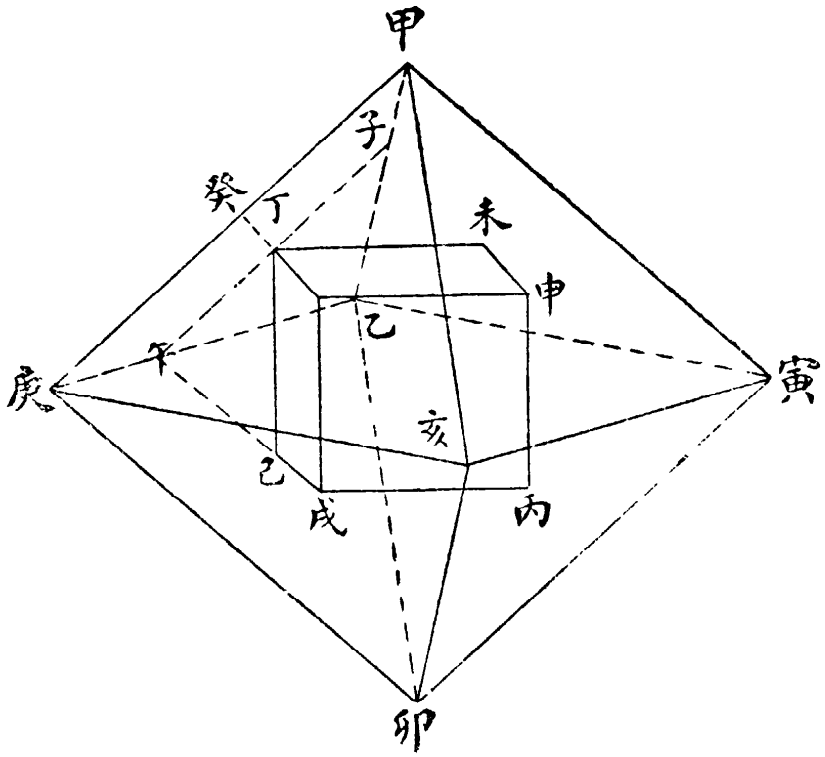
法以四面體每邊一尺二寸自乘三歸二因開平方得九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘爲自尖至底心之立垂線折半得四寸八分九釐八毫九絲七忽九微有餘爲四面體內容球徑乃用球內容各等面體第四條法算之卽得蓋十二面體以四角切於四面體各面之中心則四面體中心至每面中心之立垂線卽十二面體中心至各角之斜線四面體內容球徑卽十二面體外切球徑故法如此　如有十二面體邊求外切四面體邊則先求得十二面體外切球徑又求得球外切四面體之每邊卽是

㊅如四面體每邊一尺二寸。求內容二十面體之每邊。曰。三寸二分五釐二毫六絲三忽三微有餘。

法先求四面體內容員球徑。法詳上條。乃照球外切各等面體第四條法算之卽得。蓋二十面體以其四面切於四面體各面之中心。則兩體自中心至每面中心之立垂線相同。四面體內容員球徑。卽二十面體內容球徑。故法如此。如有二十面體每邊求外切四面體每邊。則求得二十面體內容球徑。又求得球外切四面體之每邊卽是。

㊆如八面體每邊一尺二寸。求內容正方體之每邊。曰。五寸六分五釐六毫八絲六忽四微有餘。

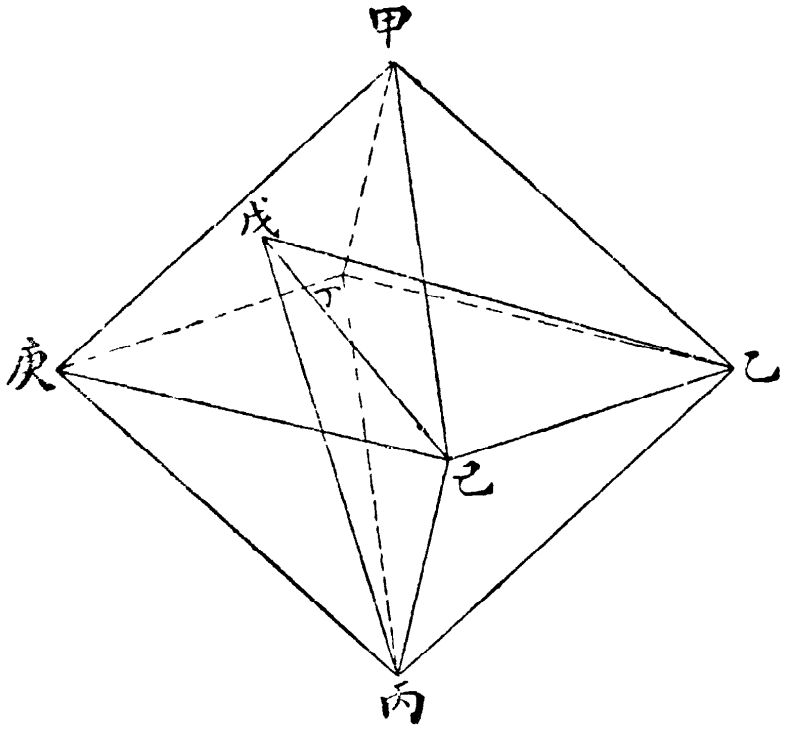
法以每邊一尺二寸。甲庚三歸之。得丁午四寸。自乘得十六寸。倍之得三十二寸。開平方卽得。蓋正方體之八角切於八面體各面之中心。丁角切甲庚乙面中心。己角切乙卯庚面中心。戊角切亥卯庚面中心。丙角切亥卯寅面中心。申角切亥寅甲面中心。未角切乙寅甲面中心。乙角切亥甲庚面中心。試自八面體之乙角至對邊。作乙癸



中垂線。又自甲乙庚面之中心丁。與甲庚平行作子午線。則乙丁爲乙癸三分之二。子午亦甲庚三分之二。丁午爲甲庚三分之一。與午己同。子午午己。與正方體之丁己邊。成丁午己句股形。丁午既與午己等。故以丁午自乘方倍之。開方得丁己弦爲正方邊也。如有正方體之每邊。求外切八面體之每邊。則以正方邊自乘。折半。開平方得數。三因之。卽是。

㊉如八面體每邊一尺二寸求內容四面體之每邊。曰。卽八面體之每邊也。何以知之。蓋以四面體乙丙己底。合於八面體之乙己丙面。則上尖戊切於八面體甲丁庚面之中心。其戊乙邊恰與乙丙邊等。故八面體之每邊。卽四面體之每邊也。

㊉一如八面體每邊一尺二寸。求內容十二面體之每邊。曰。三寸四分九釐六毫一絲二忽八微有餘。法以邊自乘。三歸二因。開平方。得八面體內容球徑。乃照球內容各等面體第四條法。算得球內容十二面體每邊。卽是。如有十二面體之每邊。求



外切八面體之每邊。則先求得十二面體外切求徑。又求得球外切八面體之每邊。卽是。

㊀如八面體每邊一尺二寸求內容二十面體之每邊。　曰。六寸四分八釐二毫一絲七忽五微有餘。

法以邊自乘。六歸之。開平方。得八面體內容球徑。乃用球外切各等面體第四條法算之。卽得。蓋二十面體以八面切於八面體各面之中心。則兩體中心至每邊之立垂線相同。八面體內容球徑。卽二十面體內容球徑。故法如是。　如有二十面體之每邊。求外切八面體之每邊。則先求得二十面體內容球徑。又求得球外切八面體之每邊。卽是。

㊁如十二面體每邊一尺二寸。求內容正方體之每邊。　曰。一尺九寸四分一釐六毫四絲〇七微有餘。

法以理分中末線之大分〇六一八〇三三九九爲一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設邊爲三率。求得四率。卽是。　蓋正方體以十二稜切於十二面體之各面。則正方體之每邊。卽十二面體之每面兩角相對斜線。故用各等邊形第一條法。求得對角斜線卽是也。

㊂如十二面體。每邊十二尺。求內容四面體之每邊。　曰。二尺七寸四分五釐八毫九絲四忽六微有餘。

法以邊一尺二寸。用球內容各等面體第四條法。求出外切球徑。次用球內容各等面體第一條法。又求得四面體邊。卽是。蓋四面體之四角切於十二面體之四角。則兩體中心至各角之斜線相同。兩體外切球徑亦同。故法如此。　如有四面體之每邊。求外切十二面體之每邊。則先求得四面體外切球

徑。又求得球內容十二面體之每邊。卽是。

㊄如十二面體每邊一尺二寸。求內容八面體之每邊。　曰。二尺二寸二分一釐四毫七絲五忽二微有餘。

法以理分中末線之小分。三八一九六六〇一爲一率。全分一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今設折半邊爲三率。求得四率一尺五寸七分〇八毫二絲〇三微有餘。爲十二面體中心至每邊正中之斜線。倍之得三尺一寸四分一釐六毫四絲〇六微有餘。卽十二面體外切正方體之一邊。爲內容八面體兩角相對斜線。自乘。折半。開平方卽得。蓋八面體之六角切於十二面體之六稜。則十二面體中心至每邊正中之斜線。卽八面體中心至各角之斜線。倍之則得八面體兩角相對之斜線。故用斜弦求方邊法。求得方邊。卽八面體之每邊也。　如有八面體之每邊。求外切十二面體之每邊。則先求得八面體兩角相對斜線。折半爲十二面體中心至每邊正中之斜線。乃以理分中末線全分與小分之比。同於前項斜線與每邊之半之比。得每邊之半。倍之卽是。

㊅如十二面體每邊一尺二寸。求內容二十面體之每邊。　曰。一尺四寸〇四釐九毫八絲四忽四微有餘。

法以每邊一尺二寸。用各等面體第五條法。求得十二面體中心至每面中心之立垂線。爲十二面體

內容球徑。乃用球內容各等面體第五條法。求得二十面體之每邊卽是。蓋二十面體。以十二角切於十二面體各面之中心。則十二面體中心至每面中心之立垂線。卽二十面體中心至各角之斜線。十二面體內容球徑。卽二十面體外切球徑。故法如此。　如有二十面體之每邊。求外切十二面體之每邊。則先求得二十面體外切球徑。又求得球外切十二面體之每邊。卽是。

㊀如二十面體。每邊一尺二寸。求內容正方體每邊。　曰。一尺〇四分七釐二毫一絲三忽四微。

法以邊一尺二寸。用各等面體篇第七條法。求得二十面體中心至每面中心之立垂線。倍之爲二十面體容球徑。見球外切各等面體第四條。乃照球內容各等面體第二條法。求出所容正方體之每邊。卽是。蓋正方體之八角。切於二十面體八面之中心。則二十面體中心至每面中心之立垂線。卽正方體中心至角之斜線。二十面體內容球徑。卽正方體外切球徑。故法如此。　如有正方體每邊。求外切二十面體每邊。則先求得正方體外切球徑。又求得球外切二十面體之每邊。卽是。

㊁如二十面體。每邊一尺二寸。求內容四面體之每邊。　曰。一尺四寸八分〇九毫八絲三忽五微有餘。

法以每邊一尺二寸。如上條法求出二十面體內容球徑。乃用球內容各等面體第一條法。求出所容四面體之每邊。卽是。蓋四面體以四角切於二十面體四面之中心。則二十面體中心至每面中心之立垂線。卽四面體中心至角之斜線。二十面體內容球徑。卽四面體外切球徑。故法如此。　如有四面

體每邊。求外切二十面體每邊。則先求得四面體外切球徑。又求得球外切二十面體之每邊。卽是。

㊇如二十面體每邊一尺二寸。求內容八面體之每邊。　曰。一尺三寸七分二釐九毫四絲七忽一微有餘。

照上第四條法。求出二十面體外切正方體之每邊。又照上第二條法。求出正方體內容八面體之每邊。卽是。蓋八面體以六角切於二十面體之六稜正中。則二十面體中心至每邊正中之斜線。卽八面體中心至角之斜線。倍之。則爲八面體兩角相對斜線。故法如此。　如有八面體之每邊。求外切二十面體之每邊。則先求得八面體兩角相對斜線。折半爲二十面體中心至每邊正中之斜線。乃以理分中末線全分與大分之比。同於二十面體中心至每邊正中斜線。與每邊之半之比。既得每邊之半。倍之卽是。

㊆如二十面體。每邊一尺二寸求內容十二面體之每邊。　曰。六寸四分七釐二毫一絲三忽五微有餘。

法以每邊十二寸。照上第十七條法。求出二十面體內容球徑。乃照球內容各等面體第四條法。求出所容十二面體每邊卽是。蓋十二面體之二十角。切於二十面體各面之中心。則二十面體中心至每面中心之立垂線。卽十二面體中心至角之斜線。二十面體內容球徑卽十二面體外切球徑。故法如此。　如有十二面體之每邊。求外切二十面體之每邊。則先求得十二面體外切球徑。又求得球外切

二十面體之每邊卽是。

更體形

㈠如正方體每邊一尺二寸。今欲作等積之員球。問徑。　曰。一尺四寸八分八釐八毫四絲一忽有餘。

法用同積異邊定率比例。以正方體邊一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球徑一二四〇七〇〇九八爲二率。今設邊爲三率。求得四率卽是。

㈡如正方體積一尺七百二十八寸。今欲作同根之球體問積。　曰。九百〇四寸七百七十八分六百八十三釐有餘。

法用同根異積定率比例。以正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率。球積〇五二三五九八七七五爲二率。今設積爲三率。求得四率卽是。

㈢如球徑一尺二寸。今欲作等積之四面體。問每邊。　曰。一尺九寸七分二釐七毫三絲八忽有餘。

法用等積異邊定率比例。以球徑一二四〇七〇〇九八爲一率。四面體每邊二〇三九六四八九〇爲二率。今設徑爲三率。求得四率卽是。

餘可類推。其定率比例。備載各等面體篇各條末。

各體權度比例

正方一寸。其積一千分。各物輕重率。

赤金十六兩八錢。　紋銀九兩。

水銀十二兩二錢八分。　紅銅七兩五錢。

白銅六兩九錢八分。　黃銅六兩八錢。

鋼六兩七錢三分。熟鐵同。　生鐵六兩七錢。

高錫六兩三錢。　六錫七兩六錢。

倭鉛六兩。　黑鉛九兩九錢三分。

白玉二兩六錢。　金珀八錢。

白瑪瑙二兩三錢。　紅瑪瑙二兩二錢。

硨磲一兩五錢二分。　青石二兩八錢八分。

白石二兩五錢。　紅石二兩五錢六分。

象牙一兩五錢四分。　牛角一兩九錢。

沈香八錢二分。　白檀八錢三分。

紫檀一兩零二分。　花梨八錢七分。

楠木四錢八分。　黃楊七錢五分。
烏木一兩一錢。　油八錢三分。
水九錢三分。

㊀如白玉一方。重九十三兩六錢。但知闊比高多一寸。長比闊多三寸。問長闊高各數。　曰。高二寸。闊三寸。長六寸。

法置重數爲實。以玉率每寸二兩六錢爲法除之。得長方體積三十六寸。用帶兩縱不同較數開立方法算之。得高。而餘可知。

㊁如金銀鎔爲一。共積二十七寸。重二百七十四兩二錢。問金銀各數。　曰。金六十七兩二錢。銀二百〇七兩。

法以共積二十七寸。用銀率每寸九兩乘之。得二百四十三兩。與共數相減。餘三十一兩二錢爲實。以銀率九兩。與金率十六兩八錢。相減餘七兩八錢。爲法除之。得四寸。卽金之寸數。以乘金率一六八。得金六十七兩二錢。而銀可知矣。此卽和較比例法。舊名貴賤差分。蓋銀二十七寸。則應重二百四十三兩。今與共重相減。所餘三十一兩二錢。卽金重於銀之數。而金每寸比銀每寸多七兩八錢。故多七兩八錢。而金有一寸。今多三十一兩二錢。則金有四寸也。

㊂如金鑲玉爐一座。共重四十六兩七錢。問金玉各數。　曰。金一十六兩八錢。玉二十九兩九錢。

法用盛水器皿一件。置爐其中。實之以水。取爐出。看水淺幾何。如器係正方形。每邊五寸。取爐出水淺五分。則以每邊五寸。自乘。再以五分乘之。得一十二寸五百分。爲爐之體積。爰倣上條法算之。

㊃如正方青石一塊。紅石一塊。紅石比青石。每邊多二寸。此爲邊較。體積多五十六寸。此爲積較。問二石邊數。曰。青石方二寸。紅石方四寸。

法照直線體篇第十五條法算之。

㊄如有正方水桶三個。第一桶每邊一尺。第三桶比第二桶每邊多二寸。此爲邊較。第三桶體積與第一第二兩桶之共積等。問各盛水重若干。　曰。第一桶水九百三十兩。第二桶水一千五百七十兩九錢三分三釐餘。第三桶水二千四百九十二兩二錢三分八釐餘。

法以第一桶每邊自乘再乘。得一千寸爲實。卽爲第三桶水多於第二桶水之數。此爲積較。照上條法算之。得各邊數。各自乘得積。而以水率每寸九錢三分因之。

堆垜

㊀如桌上排果。成甲乙丙一面三角形。一面謂止一平面。非立體也。下倣此。　底七个。問積。　曰二十八个。

法以底七个。卽爲七層。層數例與底數等也。加一个爲八層。與底七个相乘。得五十六个。折半卽得。觀圖自明。

甲乙丙三角積。加丁戊己爲倍積。丙乙底七个。甲丙高七層。加丁一个。爲丁丙八層。

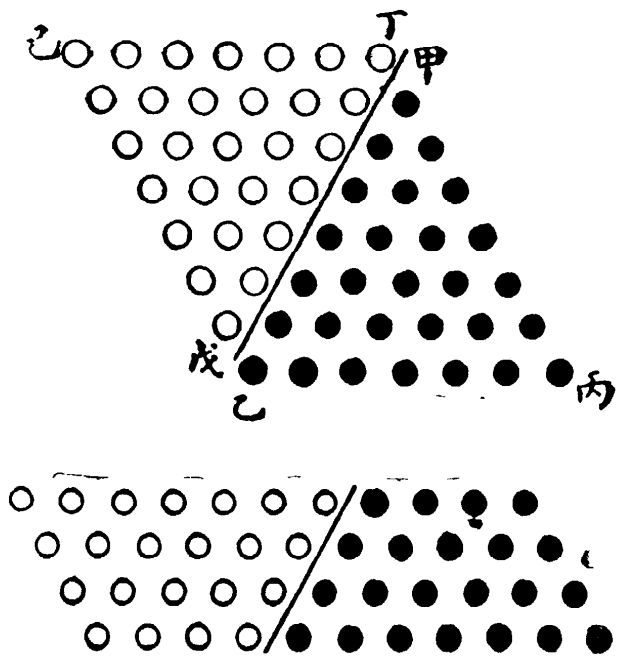
㈡前數若以積求邊。則倍積。以一爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。

㈢如一面梯形堆。上四下七。問積。曰二十八个。

法以下七加上四。得十一个。爲底。又以下七爲七層。減上虛三。餘四。爲實在層數。與底十一相乘。折半即得。觀圖自明。

㈣如前數。知積二十二下闊七。求上闊。則照第一條。求出三角積二十八个。減梯積二十二。餘六个。爲梯形上虛三角積。用第二條有積求邊法。求得底三个。加一个。即梯形之上闊四个也。如有上闊求下闊。則以上闊減一。爲上虛三角之底。求得虛三角積。以加梯積。照第二條法算之。

㈤如前積二十二个。只知上闊比下闊少三个。問上下闊。則以梯積倍之。得四十四个。又以上下闊之較三加一。得四爲層數。說見後圖。以除倍積。得十一个爲上下闊之和。加較三折半。得下闊七个。減較三。得上闊四个。如有積與上下闊和。求上下闊者。則倍積。以和除之。得層

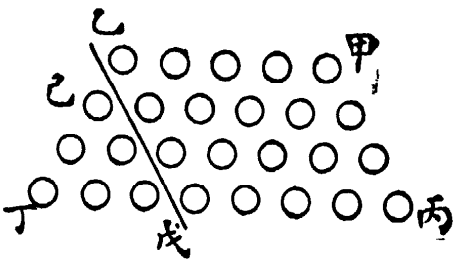


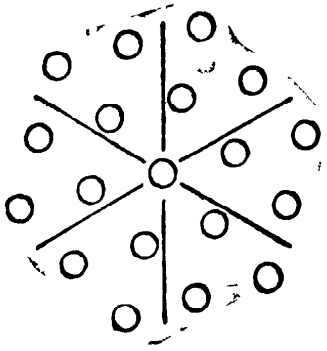
數四。減一餘三。爲上下闊之較。　或有積與層數。求上下闊者。則於層數內減一。卽得上下闊之較。以層數除倍積。卽得上下闊之和。有較有和。則得上下闊矣。

甲乙丙丁梯形。丙丁下闊。比甲乙上闊。多戊丁三個。卽爲己戊三層。加一。得甲丙四層。

㊅如一面六角堆。每邊三个。求積。　曰。十九个。

法分作六面三角算之。以每邊三減一餘二爲每面三角之底。用第一條法求得積三个。六因之。得十八个。加中心一个卽是。





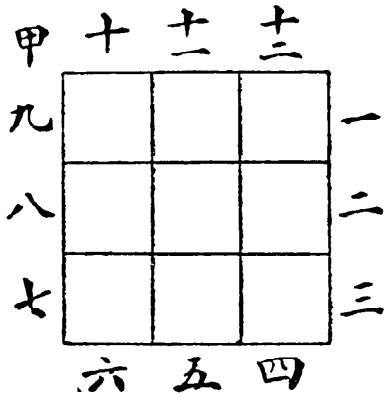
㊆如前形積十九。求每邊數。則以積十九。減中心一。餘十八。六歸之。得三。爲一面三角積。照第二條法求得邊二个。加一。得三。卽是。此卽舊名員束者。本以六※包一。不能成員。舊云員束。實六角也。

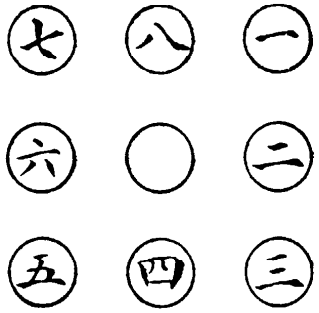
㊇如方束外周八個。問積。　曰九个。

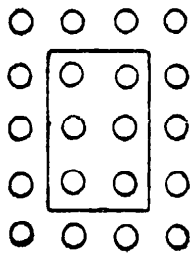
法以八個。添四角四个。共十二个。四歸。得每邊三个。自乘卽得。蓋方束與方田不同。方田計邊。則四角重計。如甲角。一邊註九。一邊註十。是也。故外周得十二。方束計个。則四角不重計。故外周止得八。必加四角共四个。

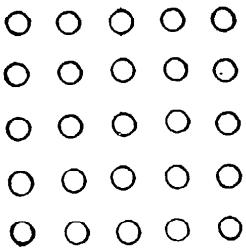
乃合方田十二之數。而可用方田法算之也。又法以八个爲闊。以八个加八个。得十六个爲長。相乘得一百二十八个。以十六爲法除之。得八个。加中心一个合問。蓋方束起於外八包中一。去中一。即變成長方形。闊二長四。今以八爲闊。是四其闊。以十六爲長。是四其長。相乘得十六個長方。故以十六除之也。

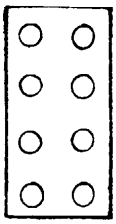
㊈如方束外周十六。問積。　曰。二十五个。照上條第一法。不必言。亦可照又法。以十六爲闊。又以十六加八共二十四爲長。相乘得數。以法十六除之。得二十四。加中心一。合問。　照前論。二十五去中心一。變成長方形。闊四。長六。今以十六爲闊。是四其闊。以二十四爲長。是四其長。相乘得十六个長方形。故以十六除之。加中一。　按方束不論周有幾

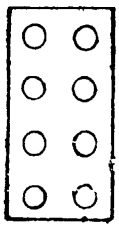




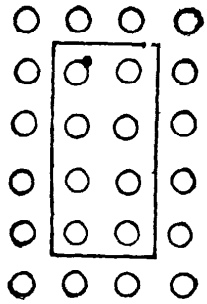


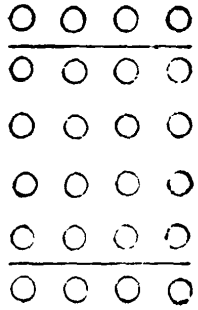






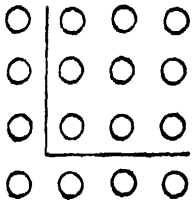
層。但多一層。卽多一個八。取上變形圖外周截看便見。左右各四。卽內層之八也。增上下各四。是多一个八也。而法無異者。蓋以外周爲闊。例得四个闊。以外周加八爲長。例得四个長也。已上二條每邊係奇數。上條每邊三。此條每邊五。故有中心一。若此條則不然。

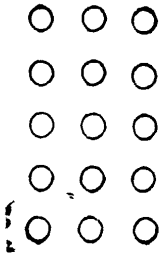




�十 如方束外周十二。問積。曰十六。

法照前以十二爲闊。以十二加八爲長。相乘得數。以法十六除之。添一。合問。按方束外周八。包中心一。則心一本居正中。雖層添外周。而心一之居中不移。合此圖上添一曲尺。非添一周。故心不中。然法無異者。蓋十六去一。餘十五。變爲長方形。闊三長五。以十二爲闊。亦四其闊。以十二加八爲長。亦四其長也。





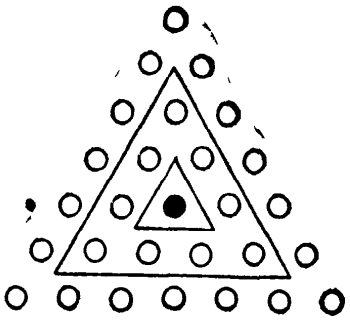
㊀ 如方束十六。問外周。曰十二。

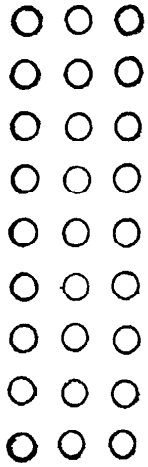
用開平方法。求得每邊四个。四因之得十六个。減四角四個。卽得。又法。以積十六。減一。餘十五。以十六乘之。得數爲長方積。以八爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得外周十二。此以外周求積法

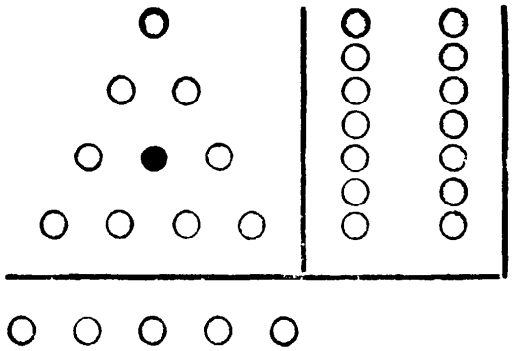
反用之者也。彼法添心一。此則減心一。彼法用十六除。此則用十六乘也。

㊀如三稜束外周十八求積。　曰二十八个。

法以外周十八个。如三角三个。三歸之。得每邊七个。理具第八條。照第一條法算之。又法。以十八个爲闊。又以十八个加九个共二十七个爲長。相乘得數。以十八爲法除之。加中心一。合問。蓋二十八个。去心一。餘二十七个。變成長方形。闊三長九。今以十八爲闊。是六其闊。以二十七个爲長。是三其長。三六相乘。得十八个長方形。故以十八爲法除之。　三稜束始於外九包中一。外多包一層。即多一个九。包中兩層。故外周二九。得十八也。亦有心不居中者。如下條。







㊁如外周十二。求積。　曰十五个。

照上又法。

十五去一。餘十四。變爲長方形。闊二長七。以十二爲闊。是六其闊。以二十一爲長。是三其

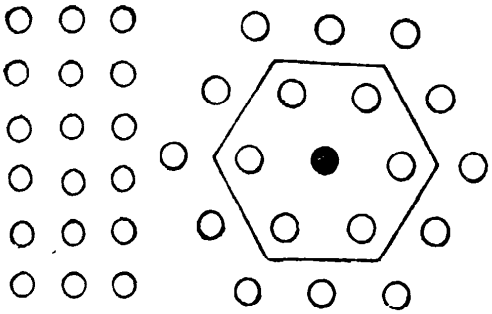
長相乘得十八个長方形故以十八除之　此心不中者以外周止加一邊非加一周也

㊃如前積十五求外周　曰十二个

法照第二條求得每邊五个三因之得十五个減三角三个餘十二合問　又法以積減一餘十四以十五乘之以九爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊十二卽外周數也此卽有周求積法反用之耳

㊄如員束外周十二求積　曰十九个

法分六面三角算之以外周十二用六歸之得二爲一面三角之底邊照第一條法算之得積三个六因之得十八个加中心一个合問　又法以外周十二爲闊以外周十二加六共十八爲長長闊相乘得數以十二爲法除之加中心一合問蓋員束起於外六包中心一外周加一層則添一个六此形外周十二比內周多一个六合內外共三个六加中心一共十九若減去中心一餘十八變爲長方形闊三長六今以十二爲闊是四其闊以十八爲長是三其長長闊相乘得十二個長方形故以十二除之而加心一也

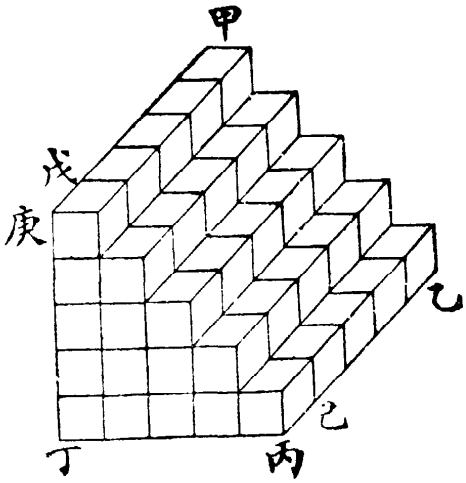


㊅如前積求外周則以積十九減中心一餘十八六歸之得三倍之得六爲長

方積。以一爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊二。以六因之。得外周十二。又法。以積減一。餘以十二乘之。得長方積。以六爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊十二。卽是此卽有周求積法反用之耳。

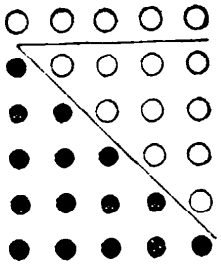
㊐如塹堵堆石底五塊求積。曰七十五塊。

法以底五自乘得二十五爲底積。又以層數五。底數卽層數。加一得六。與底冪相乘。得一百五十。折半卽得。如圖甲乙丙丁庚塹堵堆。乃五面句股形戊己丙丁庚等面。合成之體也。照前第一條論。兩面句股形。顚倒相合。成長方面形。比原層數多一層。卽多一行。如圖多上行五个。則兩塹堵形相合。成長方體形。比原層數亦必多一層。卽多一面。故以層數加一。與底積相乘。所以增其一面之數。成長方體形。爲塹堵堆之二倍。而折半得之也。



㊑如三角尖堆每邊五。求積。曰三十五。

法以邊五。加一得六。以乘邊五。折半得底層積十五。詳第一條。再以高

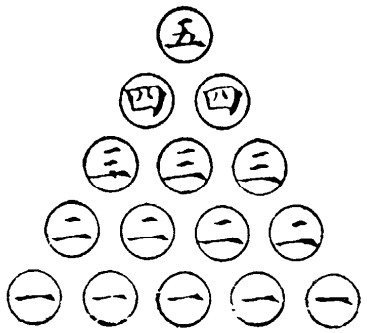


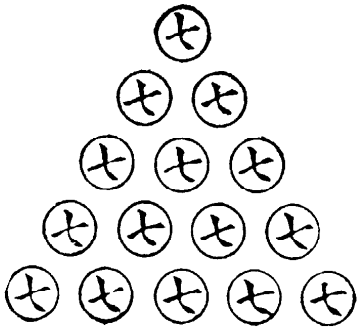
五層。加二。得七層。與底積相乘。三歸之。試以棋子。照圖內所書數目。堆垛爲三角形。書二者垛二層。書三者垛三層。餘倣此。

一層者。底也。二層者。自下而上之第二層也。餘倣此。　此形積三十五。若三其積。得一百〇五。卽成下圖。

俱高七層。故以層數五加二爲七。以乘底層十五。得一百〇五。爲三倍原積。而三歸得之也。另有說詳下二十二條。

又法以邊五加一。乘邊五。不折半再以高五層。加二乘之。六歸得積。　又法以每邊五。自乘再乘得一百二十五爲第一數。再以每邊五自乘。得二十五。爲第二數。又以每邊五加一得六乘邊五得三十。倍之得六十。爲第三數。併三數。得二百一十六歸之卽得。此與第二法同。蓋邊五自乘再乘。是未以長加一乘闊。亦未以層數加二再乘也。因未以長加一乘闊。則其自乘所成之正方面形。必比前五與六相乘所成之長方形。少一行五個。又以高五層乘之。共少二十五个。故以第二數補之。因未以層數加二再乘。則其高必比前所得之高少二層之數。每層五六相乘得三十。　故又以三數補之





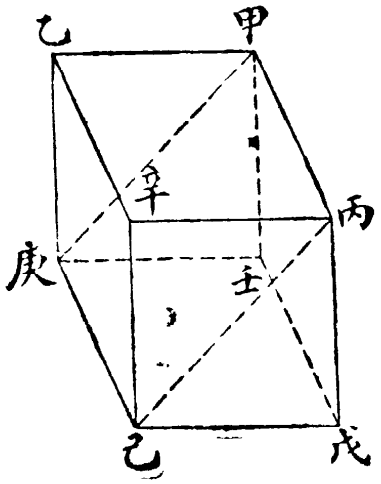
也。又一法。見二十四條。

㊀如前積三十五求邊。曰五個。

法以積三十五六因之。得二百一十。以一爲長與闊之較。以二爲高與闊之較。而帶兩縱不同較數開立方法算之。得闊五卽是。此卽有邊求積之第三法而反用之者耳。

㊁如四角尖堆果一垜。每邊三个。求積。曰十四个。

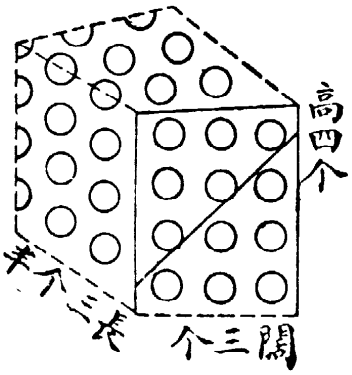
法以三个爲底闊。又以三个添半个。共三个半爲底長。相乘得十个半。爲長方面積。又以底三个卽爲高三層。加一个。爲高四層。以乘十个半。得四十二个。爲長方體積。三歸之。合問。此卽直線體篇第七條。合三个尖方體積。與一个同底同高之方體等積之理也。如有甲丙己庚正方形。每邊三寸。自乘再乘。得積二十七寸。從丙己甲庚二線剖爲兩半。成一甲丙戊己庚壬塹堵形。一甲丙己庚乙辛塹堵形。然則合二塹堵形。以成一正方。乃邊三自乘再乘無異。若合二塹堵堆垜形。則成一長方。高須加一个。如上第十七條所云。若以三自乘再乘。則損積矣。此高加一層之所以然也。又將甲丙戊己庚壬塹堵形。從甲己甲戊線剖開。成一甲庚己戊壬陽馬形。陽馬形與尖方體積等。見直線體第八條。其積九寸。爲上圖正方體積三



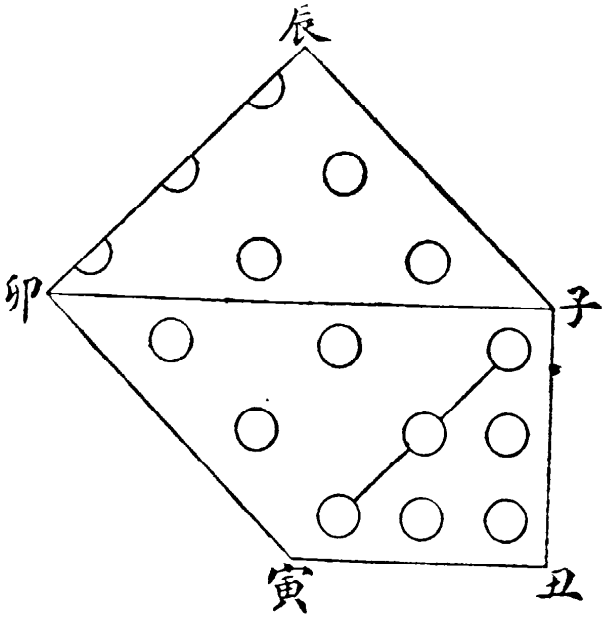
分之一。又成一甲丙戊己鼈臑形。其積四寸半。爲陽馬形積之半。然則以邊三自乘再乘爲正方形。卽二个陽馬形。二个鼈臑形之共積也。二个鼈臑與一个陽馬等。則二陽馬。二鼈臑。卽三陽馬。亦卽三尖方也。今照例以邊三自乘。以高四層乘之。則得二陽馬二鼈臑之共積乎。曰可得二陽馬之積耳。若二鼈臑之積。則必少六个。爲下圖明之。

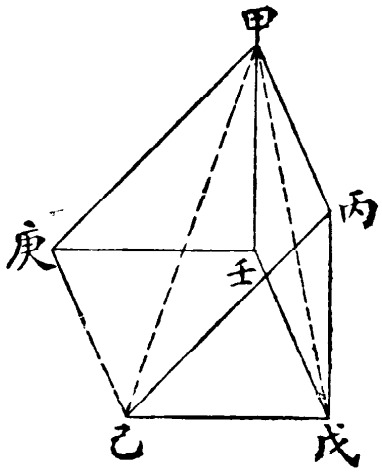
此圖計積四十二个。以一斜線剖作兩塹堵堆。各得二十一个。此卽上圖之剖取一个塹堵堆者。又從子卯線剖之。得子丑寅卯己寅之對角爲己也。陽馬形堆。計積十四个。又得辰子卯己鼈臑堆。計七个。試析爲二圖觀之。

此陽馬堆也。書三字者

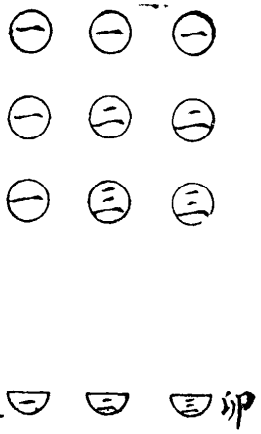


自丑至寅闊三个自寅至卯長三个半

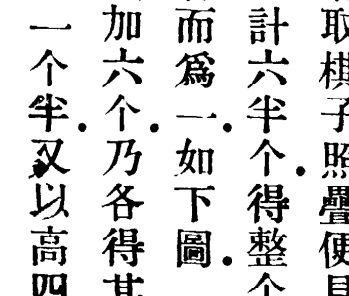




疊三層。二字者疊二層。一字者疊一層。取棋子照疊便見。此鼈臑堆也。上橫排辰卯一行。皆半个。計六半个。得整个三。合下四个共七个。又將二鼈臑堆合而爲一。如下圖。



辰至卯六个。乃兩鼈臑所同用者。故須加六个。乃各得其用。今法加半个。與底闊三个相乘。得加一个半。又以高四個相乘。得加六个也。若法不加半个。而但以長三乘闊三。以乘高四。則陽馬堆雖無損。而一鼈臑堆少辰卯六半個。兩鼈臑堆共少辰卯六全个矣。此加半个之理也。

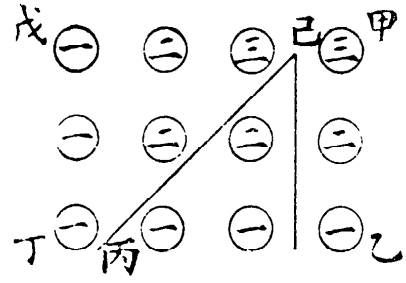


又法。以邊三自乘再乘。得二十七爲第一數。再以邊三自乘得九爲第二數。又以邊三加一得四。與邊三相乘得十二。折半得六。爲第三數。相併而三歸之。即得。此與前法同。蓋以邊自乘再乘。是未加長半个與闊乘。亦未加層數一个再乘也。因未加一再乘。則其上層少一邊三自乘之九數。故以第二數九補之。因未加長半个乘闊。則其傍少一面三角積數六。本少一長方面形。爲半个者十二。折半變作三角形。則爲全个者六也。故以第三數六補之。又法照上十八條。以邊三求得三角尖堆積十。倍之得二十。爲兩三角尖堆積。凡兩个三角尖堆積。比

一个四角尖堆積。必多一面三角積之數。蓋兩个三角尖堆合底。其長比一个四角尖堆之底。必多一行。如下圖。

甲乙丙。一个三角尖堆之底也。丁戊己。又一个三角尖堆之底也。合之則長四闊三。故比四角尖堆之底。每邊三个者。爲多甲乙一行。既多甲乙一行。則多一面之積六个矣。既多一面三角之積。於是又以每邊三。加一得四與邊三相乘得十二。折半得六。爲一面三角之積。於兩个三角尖堆積二十內減之。餘十四。卽是。

又法。照二十七條以每邊三求得塹堵堆積十八。又照上十八條。以每邊三求得三角尖堆積十二數相併。得二十八。折半得十四。卽是。蓋四角尖堆（與陽馬堆等。）得塹堵堆三分之二三角尖堆（與鼈臑堆等。）得塹堵堆三分之一。然則一个塹堵堆。卽一个半四角尖堆。故再加一个三角尖堆。（三角尖堆。爲四角尖堆之半。）卽與二个四角尖堆等積。故折半得之也。



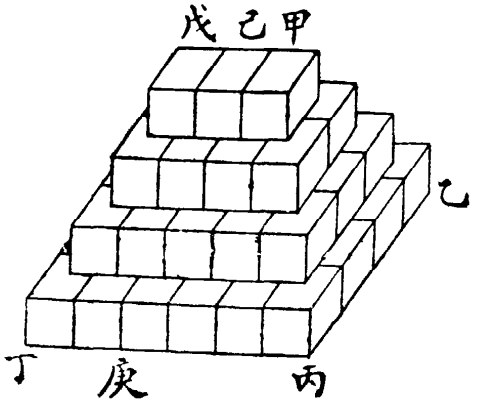
㊁如前條。以積求邊。則以積三因之。爲長方體積。以半个爲長與闊之較。以一个爲高與闊之較。用帶兩縱不同較數開立方法算之。求得闊五个卽是。此卽有邊求積法反用之耳。

㊂如有長方堆。（形如上下不等芻蕘體。）底長六个。闊四个。求積。曰五十个。

法先求甲乙丙庚四角尖堆積。以闊四。（乙丙與丙庚）爲四角尖堆之底邊。照上二十條法以丙庚四个添半

个爲長。以乙丙四个爲闊。相乘得十八个。又以甲至乙。高四層。加一个作五層。再乘得九十个。三歸。得積三十个。　次求己庚丁戊兩个一面三角積。以闊四爲底。又以闊四加一得五爲層。相乘得二十个。折半得十个。爲一面三角之積。又以闊與長六相減。餘二。乃二面三角相疊也。卽以減餘之二因之。得二十个。與前所得四角積三十个併得五十个。合問。

又法。以闊四減長六餘二。折半得一个。加半个共一个半。以加長六。得七个半。與闊四相乘。得三十个。又以闊四加一。爲五層。以乘三十个。得一百五十个。三歸之。合問。此與前法同理。蓋前法分爲一个四角尖堆。兩个一面三角尖堆。其四角尖堆。固當加半个爲長。又加一个爲高。再乘得四角尖堆積之三倍。其兩个一面三角尖堆。又當以庚丁乘乙丙。加一層再乘。得二長方面形。爲兩个一面三角尖堆之二倍。因一爲三倍。一爲二倍。其倍數不同。故又以庚丁折半得一个。與庚丁相加。而後以高乘之。所以增一个長方面積。共得三長方面積。亦爲兩个一面三角尖堆之三倍。故以三歸之也。於此可悟第十八條三角尖堆又法。長加一乘闊不折半。再以高加二乘。而六歸之之理。蓋兩个三角尖堆相合。則成一長方堆。底長比闊。必多一个。頂必二个。雙尖並立故也。照長方堆法算之。長減闊。餘一。折半。得半个。又加半个共加一个。再以高三層。加一个乘。而六



歸之。得一个三角尖堆積。芻蕘法之高加一个。即三角尖堆又法之加長一个也。高可爲長。長可爲高。無異也。芻蕘法之加長一个。即三角尖堆又法之高加二層也。何也。芻蕘底長比闊已多一个矣。再於長四加一。得五。非加二个乎。

又法。以長六闊四相減。餘二。再加一。得三。餘爽丁。即己戊。再加甲一也。爲頂長。乃倍底長六。得十二。加頂長得十五。與闊四相乘。得六十。再以高三層。加一。得四。乘之得二百四十。六歸之得積。此與第二法同。蓋加一倍也。前法以底長六。加个半。共長七个半。此法倍底長得十二而加三个。得長十五个。乃加一倍也。故彼用三歸。此用六歸。

㊂如前積。問云長比闊多二个。求長闊。曰長六闊四。

法以積五十。三因之。得一百五十。爲長方體積。以長多闊二个。折半得一个。又加半个。得一个半。與多二个相加。得三个半。爲長闊之較。以一爲高與闊之較。用帶兩縱不同較數開立方法算之。得闊四。加二得長。

㊃如平頂三角堆底邊五。上邊三。求積。曰三十一个。

法以底邊五。依第十八條法求得三角尖堆積三十五个。又以上邊三个減一。餘二。爲上虛三角尖堆之每邊。亦用第十八條法。求得積四个。與三十五个相減。餘三十一个。合問。又法以底邊五加一。得

六。與邊五相乘。得三十。爲第一數。又以上邊三與下邊五相併得八。以三加一得四乘之。得三十二。爲第二數。兩數相併。得六十二。又以上邊三。與下邊五。相減餘二。加一得三爲層數。以乘六十二。得一百八十六。六歸合問。

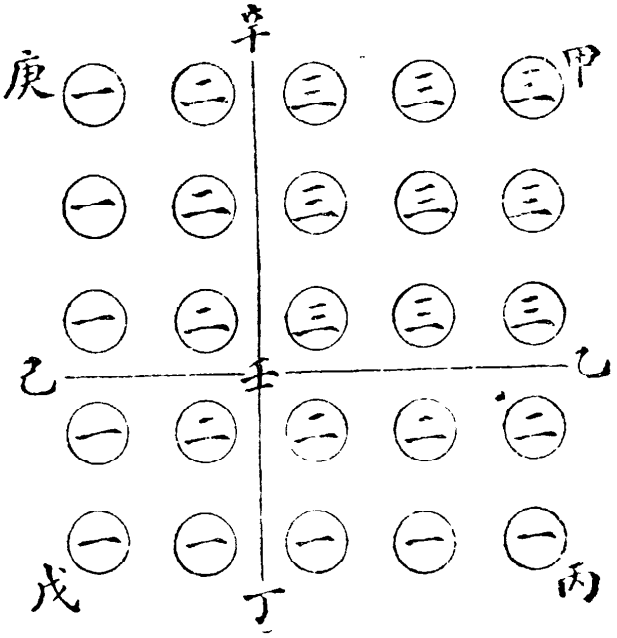
蓋兩个平頂三角堆。合之則成一个平頂長方堆。上闊三長四。下闊五長六。卽與第二十七條圖同。此第一數。以下邊五加一乘邊五。卽彼條第二數甲戊面積也。此第二數以上邊三加下邊五共八以上邊三加一（上邊三爲闊。加一得四。爲長也。）乘之。卽彼第一數甲壬面積。（長四乘闊三所得。）第三數甲己與甲丁兩面積之折半及第四數也。（上長四乘上闊五。得二十。與彼第三數十九第四數一相符。）

㊀五如平頂四角堆上方三个下方五个求積。曰五十个。

法以下方五个。照第二十條法。求得四角尖堆全積五十五个。又以上方三減一餘二。爲上虛四角尖堆之每邊。亦用第二十條法求得積五个。兩積相減。餘卽是。又法。倣方窖（見直線體篇第一條。）以上方三自乘得九个。爲第一數。又以下方五自乘得二十五个。爲第二數。又以上方三乘下方五得十五个。爲第三數。又以上下方相減餘二。折半得一个。爲第四數。併四數。得五十个。又以上下方相減餘。加一。得三。爲高三个。乘之。得一百五十个。三歸之。合問。爲圖明之。

甲戊平頂四角堆。分甲壬爲方體。辛己及乙丁爲兩塹堵廉體。壬戊爲陽馬隅體。（此借開平方法名色名之。）用棋子

照數垛疊卽成平頂四角堆如方窖形。但偏正異耳。第一數上方甲乙三。自乘。再乘高三。得一个甲壬方體積。第二數下方甲丙五自乘。再乘高三。又得一个甲壬方體積。及辛己乙丁二个方體廉積。壬戊一个方體隅積。第三數甲乙上方三。乘甲丙下方五。再乘高三。又得一个甲壬方體積。及一个辛己方體廉積。合而計之。共得三个方體積。又得三个方體廉積。卽六个塹堵廉積。又得一个方體隅積。卽三个陽馬隅積。以六个塹堵廉積。三个陽馬隅積。分傅三个方體。卽成三个平頂四角堆。與方窖理同。然一个方體隅。等三个陽馬體隅。在方窖亦然。若堆垛則少三个。蓋壬戊陽馬隅。計積五个。三隅計十五个。今止以底二个自乘再乘高三个。得方體隅十二个。尙少三个。故須每層補一個。三層共補三个。而有第四數也。

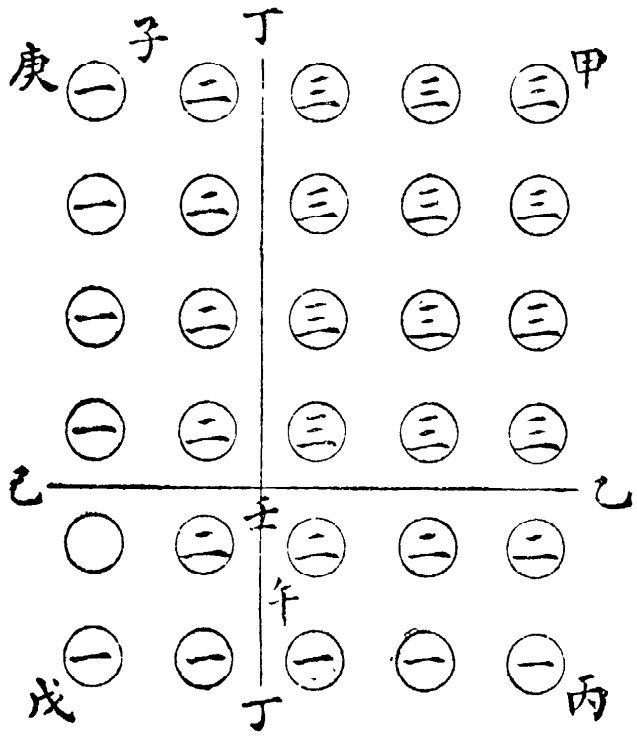


㊀如前積有上方三求下方。則以上方三減一餘二。爲上虛四角尖堆之底方。用第二十條法。求得積五个。與前積相加。照第二十一條。有積求邊法。求得下方五个。　如有下方五求上方。則以下方五依第

二十條法求得四角尖堆全積五十五个與前積五十个相減餘五个爲上虛四角尖堆積照第二十一條有積求邊法求得底方加一卽所求上方

㊀如平頂長方堆上長四个闊三个下長六个闊五个求積　曰六十二个

法以底長六闊五用第二十二條法求得長方全堆七十个又以上長四闊三各減一餘長三闊二爲上虛長方堆之長闊仍用第二十二條法求得上虛長方堆積八个於全積七十个內減之餘六十二个合問　又倣直線體篇第十一條上下不等長方體求積法以上長四乘上闊三得十二爲第一數以下長六乘闊五得三十爲第二數又以上闊三乘下長六得十八上長四乘下闊五得二十二數併得三十八折半得十九爲第三數又以上下長相減餘二折半得一爲第四數併四數得六十二个又以上長與底長相減餘二加一得高三層與併得之六十二个相乘得一百八十六个三歸之得積合問爲圖明之



甲戊平頂長方堆一个內分甲壬爲方乙丁及

辛己爲兩塹堵廉。壬戊爲陽馬隅。第一數。以上長甲乙四乘闊乙壬三。得十二。爲甲壬長方面積。又以高二層乘之。得三十六。成一个方體積。第二數。以下長甲丙六乘闊丙戊五。得三十爲甲戊長方面積。再以高三乘之。得九十爲一个方體積。又爲兩方體廉積。卽四个塹堵體廉積。又得一个方體隅積。卽三个陽馬隅體積。第三數。又以上長甲乙四乘下闊甲庚五。得二十爲甲己長方面積。又以上闊甲辛三。乘下長甲丙六。得一十八爲甲丁長方面積。併二數得三十八。折半得十九。蓋甲己長方內。分甲壬長方及辛己長方。甲丁長方內。分甲壬長方及乙丁長方合而計之。是甲壬長方二。辛己乙丁各長方一也。半之。爲一甲壬長方。一子壬長方。一乙午長方。再以高三乘之。得五十七。爲一个方體積。二个塹堵廉積。辛己長方體。爲兩个塹堵體積。則半辛己。必爲一合塹堵體積。乙丁長方體。爲兩个塹堵體積。則半乙丁。必爲一个塹堵體積也。合而計之。共得三个方體。六个塹堵廉體。三个陽馬隅體。以六廉三隅。分傅三个方體。成三个平頂長方堆。與直線篇所論同理。然一个方體隅等三个陽馬體隅。在直線篇則然。而在堆垛則少三个。蓋壬戊陽馬隅堆計五个。三堆計十五个。今方體隅。止以底二个自乘。再乘高三个。得十二个。尚少三个。故須每層補一个。三層共補三个。而有第四數也。

㊀如前積。有上長闊。求底長闊。則以上長闊各減一。爲上虛小長方堆之底長闊。用二十二條法求得積。與前積相加。得長方堆全積。用二十三條法求得底長闊。如有底長闊。求上長闊。則用二十二條法以底邊求得長方堆全積。與前積相減。餘爲上虛小長方積。用二十三條法求得小長方堆之底長闊。